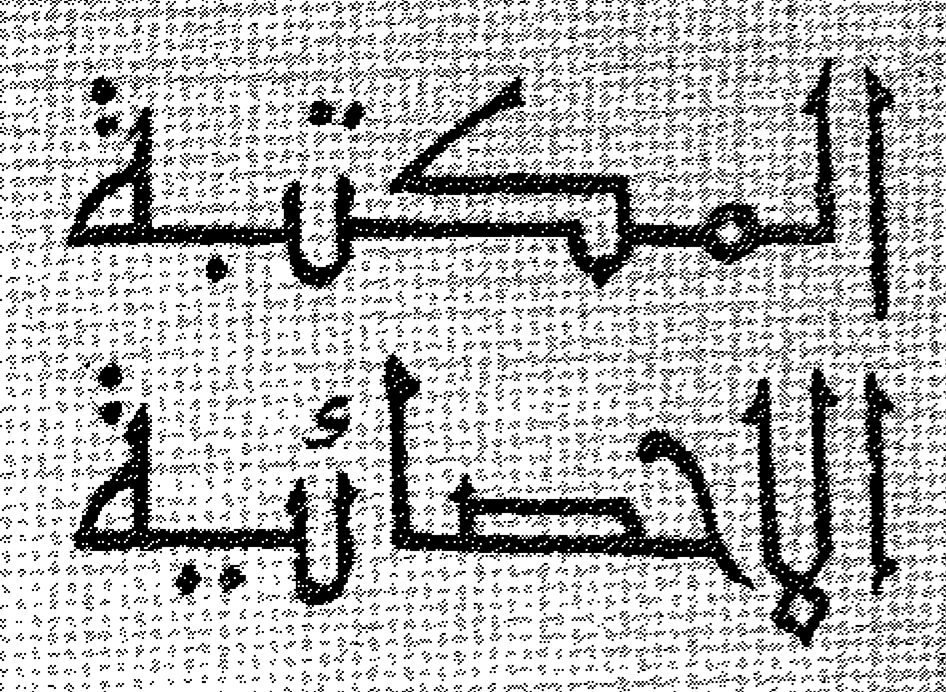


التحليل العاملى

تأليف
الدكتور عماد الدين محمد سلطان
خبير بالمركز القومى للبحوث الاجتماعية والجنائية



التحليل العاملي

تأليف

الدكتور عماد الدين محمد سلطان
خبير بالمركز القومي للبحوث الاجتماعية والجنائية

الطبعة الأولى

١٩٦٧



ملتزم الطبع والنشر — دار المعارف بمصر ١١١٩ كورنيش النيل بالقاهرة — ج . ع . م .



يزداد إستخدام التحليل العاملى فى البحث زيادة سريعة منذ أن توصل إليه شارل سبيرمان . فى علم النفس والعلوم الاجتماعية حيث تتعد المتغيرات وتتداخل فيما بينها ، نجد أنه من الضرورى أن نخضع هذه المتغيرات لوسيلة تجمعها فى مجموعات فتسهل على الباحث تحديد ماوراءها من ظواهر ودلالات . والتحليل العاملى وسيلة فعالة تحقق لنا مانهدف إليه . فإذا كان لدينا مصفوفة من معاملات الارتباط ، فإن تفسير هذه الارتباطات وما بينها من علاقات غالبا ما يكون مستحيلا . ويقدم لنا التحليل العاملى وسيلة لتلخيص هذه العلاقات مما يسهل عمل الباحثين لتفسيرها وشرحها . ولا يضيف التحليل العاملى شيئا إلى البيانات الأصلية ، ولكنه آداة تبسيط تفيد فى محاولة فهم تلك البيانات .

وهناك طرق مختلفة للتحليل العاملى ، بيد أننا لم نتناول هنا إلا الطرق الأكثر فائدة والتى يمكن أن تؤدى إلى نتائج متقاربة . وبهذا نكون قد قدمنا للمكتبة العربية كتابا نحن فى حاجة شديدة إليه . فعلى الرغم من أن كتب الإحصاء الرائدة قد تناولت موضوع التحليل العاملى ، إلا أنها لم تتناوله إلا فى صورة مختصرة . فالتحليل العاملى لم يعد قاصراً فقط على العلوم الاجتماعية بل تعداها إلى كل دراسة تتعدد فيها متغيرات ، يريد الباحث إختصارها إلى صورة واضحة يسهل تفسيرها .

ولقد تناولنا موضوع التحليل العاملى من حيث نشأته وما ساد فيه من جدال يتعلق بطرقه والهدف منه ، والذى قلت حدته إلى درجة الزوال . ثم عرضنا للأسس الرياضية التى يقوم عليها التحليل . وتبعنا هذا بعرض للطرق التى زاد الاقبال على إستخدامها والتى يمكن أن تؤدى بنا إلى

نتائج لا جدال فيها . ثم تناولنا موضوع تدوير المحاور الذى أصبح من أساسيات التحليل العاملى بعد أن كان يرفضه بعض الباحثون . وعرضنا بعد ذلك لكيفية تفسير مايؤدى إليه التحليل العاملى من عوامل . فالأرقام التى نتوصل إليها لايكون لها معنى فى حد ذاتها ، بل على الباحث تفسيرها بما يكمن وراءها من دلالات . وانتهينا إلى عرض أهم المراجع التى تناولت التحليل العاملى .

وجدير بالذكر بعد هذا العرض أن نقرر شكرنا إلى الزملاء الذين كان لحثهم لنا على وضع هذا الكتاب إثارة لدافع قوى للعمل نحو إخراجه . ونخص بالشكر الزميل عبد الباسط محمد ، على ما أبداه من تعاون فى تعديل بعض ماقد يكون هناك من عبارات لغوية تحتاج إلى صياغات أخرى . كما نخص بالشكر دار المعارف بمصر على تعاونها لنشر هذا الكتاب .

وجدير بشكرنا تلك القيادات وأولئك الزملاء الذين نعمل بينهم فلهم أكبر الأثر فى خلق دفع قوى نحو العمل المتواصل الذى لايعرف الملل .

عماد الدين سلطان

الفهرس

صفحة

صفحة

الفصل ١

مقدمة

من الواضح أنه يسهل تفسير معامل الإرتباط بين متغيرين تفسيرا نسبيا . فإذا كان المعامل عاليا ، فإننا نقول أن هناك علاقة مابين هذين المتغيرين . وإذاكان المعامل منخفضا فإننا نقول أن العلاقة ضعيفة بين المتغيرين أو قد لاتوجد علاقة . ولكن إذا كان لدينا جدول كبير من معاملات الارتباط فإن أمر تفسيرهذه الإرتباطات غالبا مايكون مستحيلا . ويقدم لنا التحليل العاملى وسيلة لتلخيص هذه العلاقات مما يسهل عمل الباحثين لتفسيرها وشرحها . فجدول الدرجات الخام يحول إلى جدول إرتباطات بأى وسيلةمن وسائل الإرتباط . ورغم فقدان بعض من الحقائق الأصلية فى عملية إستخراج معاملات الإرتباطات ، فإن العلاقات بين الإختبارات تصبح أكثر وضوحا . وعند تحويل جدول الإرتباطات بالتحليل العاملى إلى جدول عوامل ، فإننا نفقد قدرا أكبر من الحقائق الأصلية ، ولكن العلاقات بين الإختبارات ماتزال أكثر وضوحا . ومن الملاحظ أن طرق الإرتباط أو التحليل العاملى لا تضيف شيئا إلى البيانات الأصلية ؛ فكلاهما أدوات تفيد فى محاولة فهم تلك البيانات . ويهدف التحليل العاملى أولا إلى التبسيط . ويتفق علماء التحليل العاملى فيما بينهم على أن أى طريقة من طرق التحليل تحقق هذا الهدف . فإذا طبق ٥٠ إختبارا على ١٠٠ فردا فيكون لدينا ٥٠٠٠ درجة من درجات الإختبارات ، بواقع درجة لكل فرد . ودرجات الأفراد هذه يمكن إختصارها إلى ١٢٢٥ معاملا من معاملات الإرتباطات . وإذا حللنا هذه المعاملات تحليلا عامليا فحصلنا على ثمانية عوامل ، فإن معاملات الارتباطات تختصر إلى ٤٠٠ تشبعا من

تشبعات العوامل . وحيث ان كثيرا من هذه التشبعات ستكون قيم صفرية أو تقرب من الصفر ، مما يمكن إهماله ، فإننا نحصل بذلك على التبسيط المرغوب فيه .

ويهدف التحليل العاملى ثانيا إلى إيجاد مجموعة من القدرات والسمات الأقل فى العدد والأشمل فى طبيعتها من الاختبارات الأصلية . ولكن مدى نجاح طرق التحليل العاملى فى فصل هذه القدرات والسمات موضع جدال . فيذهب بعض الباحثين إلى أن العوامل التى يستخلصونها هى القدرات والسمات ، بينما يذهب بعض النقاد إلى أنها مجرد أرقام رياضية . ويذهب البعض إلى أنها خطوة أولى فى إيجاد هذه القدرات والسمات .

وتتفق كل طرق التحليل العاملى على فروض أساسية سنتناولها فى الفصل التالى . إلا أنها تختلف فيما بينها . ويتضح هذا الاختلاف إلى حد كبير فى الفروق بين الأهداف التى يهدف إليها علماء التحليل العاملى من عملية التحليل . فيهدف سبيرمان وهو لزنجر Spearman and Holzinger إلى إستخلاص عامل عام يمكن بواسطته إعادة إستخراج البيانات الأصلية كلما أمكن ذلك . ويفضل كيلى Kelley وهو تيلنج Hotelling إستخلاص العوامل مرتبة تبعا لقلة أهميتها . ويؤكد ثرستون Thurstone أهمية إستخلاص العوامل ذات الدلالة النفسية ، والتى لا تتغير تشبعات الاختبارات بها إذا ما وجدت فى بطاريات مختلفة . ولتحقيق هذه الأهداف ذهب العلماء إلى طرق مختلفة ، بحيث تؤيد كل طريقة نظرية كل عالم فيما يذهب إليه فى طبيعة التكوين العقلى .

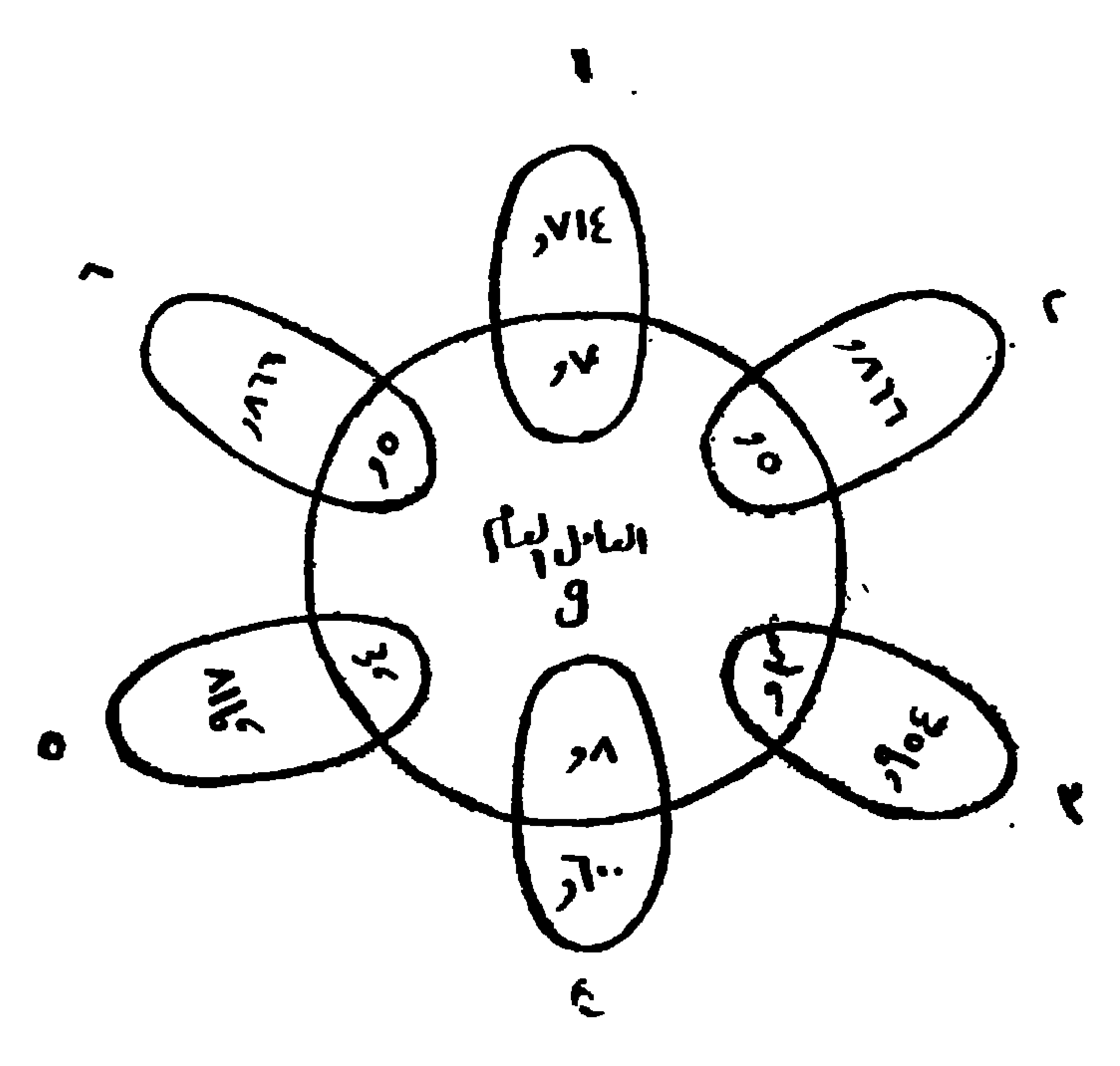
نظرية العاملين لسبيرمان Spearman's Two Factor Theory

لقد لاحظ سبيرمان فى بداية الأمر ، عندما تناول معاملات إرتباط ناتجة عن تطبيق عدد قليل من الاختبارات على عدد قليل من الأفراد ، أنه يمكن إعادة حساب معاملات الارتباط بإستخدام عامل واحد . وقد

وجد أن المعاملات المتبقية قريبة من الصفر مما يمكن إرجاعه إلى الصدفة واستنتج من ذلك أن كل إختبار يتوقف فى أدائه على عامل عام G ، يظهر بأوزان مختلفة فى كل الاختبارات، وعامل خاص خ ، يظهر فى كل إختبار فقط ، ولا يرتبط بالعامل العام ولا بالعوامل الخاصة الأخرى .

ويمكن توضيح ذلك بالشكل (١—١) .

شكل (١ — ١) : يمثل نظرية العاملين .



حيث تمثل الدائرة العامل العام الذى تشترك فيه كل الإختبارات التى تمثل بالأشكال البيضاوية . والأرقام الموجودة فى الدائرة والبيضاوى تمثل تشبع الإختبارات بالعامل العام g . والأرقام الموجودة فى أجزاء الأشكال البيضاوية تمثل تشبع الإختبارات بالعوامل الخاصة ، بافتراض أن الإختبارات ثابته تماما . ويمكن تمثيل نظرية العاملين اسبيرمان جدوليا كما يتضح من الجدول (١ — ١) .

جدول (١ — ١) تمثيل نظرية العاملين .

الإختبار	العـــامل							ه٢
	G	خ١	خ٢	خ٣	خ٤	خ٥	خ٦	
١	٧و	٧١٤و						٤٩و
٢	٥و		٨٦٦و					٢٥و
٣	٣و			٩٥٤و				٠٩و
٤	٨و				٦٠٠و			٦٤و
٥	٤و					٩١٧و		١٦و
٦	٥و						٨٦٦و	٢٥و

ونحصل بتربيع تشبعات الإختبارات على نسبة التباين الكلى من كل إختبار والذى يساهم به فى العامل العام . وإذاكان الإختبار ثابتا تماما ، فإن التباين الكلى يمكن تمثيله بالمعادلة التالية

$$ع^{٢}_{ا} + خ^{٢}_{ا} = ١$$

حيث $ع_{ا}$ = تشبع الإختبار ا بالعامل العام g .

$خ_{ا}$ = تشبع الإختبار ا بالعامل الخاص .

وعلى ذلك فبالنسبة للاختبار ٤ فإن ٨و^{٢} + ٦و^{٢} = ٠٠و١ .

وتبعا لنظرية العاملين نجد أن العامل العام هو الذى يفسر الارتباطات بين الإختبارات فيتوقف الإرتباط بين أى إختبارين على مقدار تشبعهما بالعامل العام الذى يوجد بينهما . ونحصل على معامل الارتباط هذا بحاصل ضرب التشبعين . فالارتباط بين الاختبارين ١،٢ يساوى ٧و × ٥و أى ٣٥و .

وبين الإختبارين ١ ، ٣ يساوى ٧و × ٣و أى ٢١و. وهكذا يمكن الحصول على جدول الإرتباطات بأكمله كما هو مبين بالجدل (١ — ٢) . ونحصل على الأرقام بين الأقواس فى الخلايا القطرية الرئيسية من حاصل ضرب تشبع الإختبار بالعامل العام فى نفسه . وتعرف هذه القيمة باشتراكية الإختبار والتى تمثل بالرمز هـ٢ ، وهى تدل على نسبة تباين الإختبار الكلية التى يشترك بها فى العامل العام .

جدول (١ — ٢) : مصفوفة معاملات الإرتباطات نتيجة تشبعات الاختبارات بالعامل العام .

الإختبار	١	٢	٣	٤	٥	٦
١	(٤٩و)	٣٥و	٢١و	٥٦و	٢٨و	٣٥و
٢	٣٥و	(٢٥و)	١٥و	٤٠و	٤٠	٢٥و
٣	٢١و	١٥و	(٠٩و)	٢٤و	٢٤و	١٥و
٤	٥٦و	٤٠و	٢٤و	(٦٤و)	٣٢و	٤٠و
٥	٢٨و	٢٠و	١٢و	٣٢و	(١٦و)	٢٠و
٦	٣٥و	٢٥و	١٥و	٤٠و	٢٠و	(٢٥و)

ويمكن حساب تشبع الاختبار ا بالعامل العام من إرتباطه باختبارين آخرين ب ، حـ ، بالمعادلة التالية :

$$\text{تشبع الاختبار ا بالعامل العام} = \sqrt{\frac{ر_{اب} \; ر_{احـ}}{ر_{بحـ}}}$$

حيث ر$_{اب}$ = معامل الارتباط بين الاختبار ا ، والاختبار ب

$ر_{اح}$ = معامل الارتباط بين الاختبار ا ، والاختبار ح

$ر_{بح}$ = معامل الارتباط بين الاختبار ب ، والاختبار ح

علما أنه لاستخدام هذه المعادلة يجب أن يتحقق بين الاختبارات محك التناسب .

ومن مصفوفة الارتباطات يمكن تقدير تشبع المتغير ا بالعامل العام بالمعادلة التالية :

$$\text{تشبع الاختبار ا بالعامل العام} = \sqrt{\frac{ن^{٢}_{ا} - ن^{\prime ٢}_{ا}}{ت - ٢ن_{ا}}}$$

حيث أن ت = مجموع كل الارتباطات (حيث أن كل إرتباط يحدث مرتين والخلايا القطرية خالية) ، $ن_{ا}$ = مجموع الارتباطات فى الصف ا

$ن^{\prime}_{ا}$ = مجموع مربعات الارتباطات فى الصف ا

$ن^{٢}_{ا}$ = مربع $ن_{ا}$

لذا يجب أن يتحقق محك الفروق الرباعية لكى نقيم الافتراض بوجود عامل عام وعوامل خاصة بين بطارية من الاختبارات . ومعنى هذا أن أى عمودين من أعمدة مصفوفة الارتباطات يجب أن يكون بينهما تناسبا بسيطا مباشرا . فإذا فرضنا مصفوفة الارتباطات المبينة بالجدول (١ — ٣) .

جدول (١ — ٣) : مصفوفة الإرتباطات التى يتحقق فيها عامل عام وعوامل خاصة .

	١	٢	٣	٤	٥	٦
١		٤٠و	١٠و	٤٥و	٣٠و	٣٥و
٢	٤٠و		١٦و	٧٢و	٤٨و	٥٦و
٣	١٠و	١٦و		١٨و	١٢و	١٤و
٤	٤٥و	٧٢و	١٨و		٥٤و	٦٣و
٥	٣٠و	٤٨و	١٢و	٥٤و		٤٢و
٦	٣٥و	٥٦و	١٤و	٦٣و	٤٢و	

فإن محك التناسب يتطلب باعتبار العمودين ١ ، ٢ أن :

$$\frac{\text{ر}_{13}}{\text{ر}_{23}} = \frac{\text{ر}_{14}}{\text{ر}_{24}} = \frac{\text{ر}_{25}}{\text{ر}_{15}} = \frac{\text{ر}_{16}}{\text{ر}_{26}}$$

ومن النسبة الأولى والثانية نجد أن

$$\text{ر}_{13}\ \text{ر}_{24} = \text{ر}_{23}\ \text{ر}_{14}$$

$$\text{ر}_{13}\ \text{ر}_{24} - \text{ر}_{23}\ \text{ر}_{14} = \text{صفر}$$

وبالنسبة للعمودين ١ ، ٣ نجد أن

$$\frac{\text{ر}_{12}}{\text{ر}_{32}} = \frac{\text{ر}_{14}}{\text{ر}_{34}}$$

$$\text{ر}_{12}\ \text{ر}_{34} = \text{ر}_{32}\ \text{ر}_{14}$$

$$\text{ر}_{12}\ \text{ر}_{34} - \text{ر}_{32}\ \text{ر}_{14} = \text{صفر}$$

وبالنسبة للعمودين ١ ، ٤ نجد أن

$$\frac{ر_{12}}{ر_{42}} = \frac{ر_{13}}{ر_{43}}$$

$$ر_{12}\, ر_{43} = ر_{42}\, ر_{13}$$

$$ر_{12}\, ر_{43} - ر_{42}\, ر_{13} = \text{صفر}$$

وهكذا مع بقية الأعمدة الأخرى وتسمى المعادلة $ر_{13}\, ر_{24} - ر_{23}\, ر_{14} = \text{صفر}$ بمعادلة الفروق الرباعية لسبيرمان ، والتى بتحقيقها يمكن الأخذ بأن كل إختبار يتكون من عامل عام وعامل خاص . ويمكن التغاضى عن الحيود البسيط عن الصفر فى حدود خطأ العينة .

ومن الملاحظ أننا نستخدم فى كل تناسب فقط أربعة إختبارات من الست الموجودة . ويصبح هذا العمل شاقا إذا كان هناك عديد من الاختبارات . حيث تتطلب عشر إختبارات إيجاد ٢٥٢ فرق من الفروق الرباعيه ، ويتطلب عشرون من الاختبارات حساب ٢٩٠٧ فرقا .

ومن الجدير بالذكر ، أن التناسب يتضح أكثر إذا أعيد ترتيب المتغيرات فى الأعمدة والصفوف تبعا لحاصل جمع الاعمدة بحيث نبدأ بالمتغير الذى أعطى عموده أكبر حاصل جمع وهو فى مثالنا هذا المتغير ٤ . وبهذا نحصل على المصفوفة المبينة بالجدول (١ — ٤) .

ويتضح من المصفوفة أن معاملات الارتباط فى كل عمود وكل صف تتدرج من معاملات مرتفعة إلى معاملات منخفضه . ويطلق سبيرمان على هذا التدرج التدرج الهرمى . ولا تظهر عمليا ظاهرة التدرج الهرمى بهذا الوضوح بسبب أخطاء العينة والقياس . ولهذا تحيد الفروق الرباعية قليلا عن الصفر . وعندما تزيد الفروق الرباعية عن الصفر بدرجة لا يمكن تحملها فإن الفرض بوجود عامل عام بين مجموعة من الاختبارات يجب إستبعادة .

جدول (١—٤) : مصفوفة الإرتباطات بعد إعادة ترتيبها .

الإختبار	٤	٢	٥	٦	١	٣
٤		٧٢و	٦٣و	٥٤و	٤٥و	١٨و
٢	٧٢و		٥٦و	٤٨و	٤٠و	١٦و
٥	٦٣و	٥٦و		٤٢و	٣٥و	١٤و
٦	٥٤و	٤٨و	٤٢و		٣٠و	١٢و
١	٤٥و	٤٠و	٣٥و	٣٠و		١٠و
٣	١٨و	١٦و	١٤و	١٢و	١٠و	

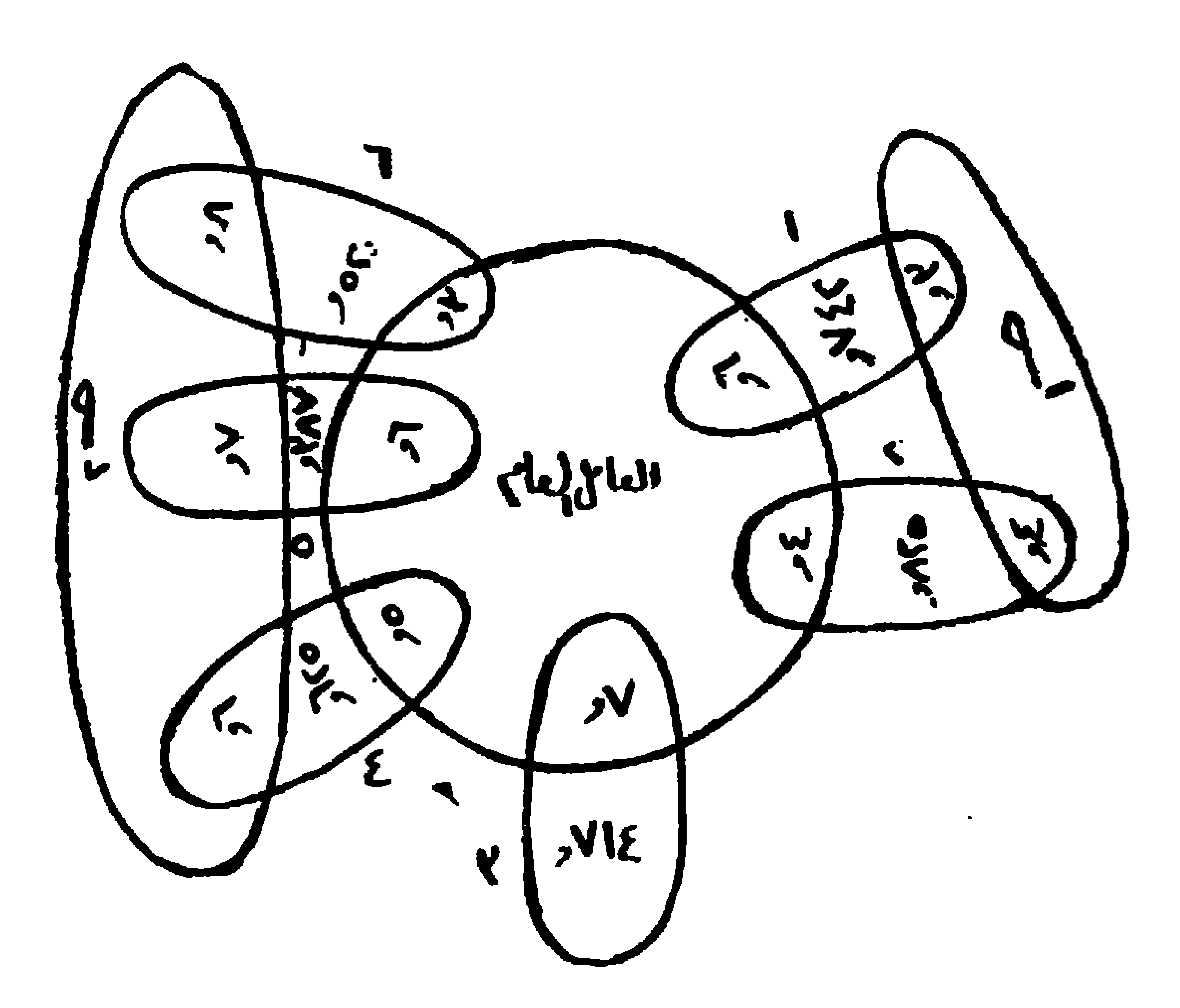
نظرية العوامل الثنائية لهولزنجر

Holzinger's Bi — FacTor Theory

لاحظ سبيرمان وأتباعه أخير أن تلك الاختبارات التى لايتحقق فيها محك التناسب والتى سماها بالمشتتات ، يمكن الابقاء عليها فىمصفوفة الارتباطات حيث يكون بين بعض الاختبارات عامل مشترك بالاضافة إلى العامل العام الذى لايشيع بين كل الاختبارات . وبهذا أصبح من غير المناسب الاخذ بفكرة العامل العام الوحيد ، بل يجب الأخذ بوجودعوامل طائفية وهى عوامل تشيع بين مجموعات الاختبارات دون الأخرى . وتقوم نظرية هولزنجر على الإبقاء على العامل العام ، مع تأكيدهاللعوامل الطائفية . فبعد إستخلاص العامل العام ، تبحث طريقة العوامل الثنائية عن تجمعات الإختبارات التى تظهر فيما بينها بواقى إرتباطات ذات دلالة ، بينما تظهر إرتباطات صفرية مع بقية الاختبارات الأخرى . ويفترض أن كل تجمع من هذه التجمعات يتضمن عاملا عاما . وبالاضافة إلى العامل

العام والعوامل الطائفية ، يفترض هولزنجر أن كل إختبار يتضمن عاملا خاصا . وتشبه طريقة العوامل الطائفية لبيرت طريقة العوامل الثنائية لهولزنجر . وكذلك تشبه طريقة كيلى طريقة هولزنجر ، إلا أنها تؤكد وجود العوامل الطائفية تأكيداً أكبر مع التقليل من وجود العامل العام . ويفترض كيلى وجود العامل العام والعوامل الطائفية والعوامل الخاصة . ويمكن تمثيل نظرية العوامل الثنائية لهولزنجر كما هو مبين بالشكل (١ — ٢). كما أن الجدول (١ — ٥) يعطى نفس البيانات فى صورة جدولية .

شكل (— ٢) : يمثل نظرية هولزنجر



وتعطى المعادلة التالية تباين الإختبار ا إذا إفترضنا ثباته تماما .

$$ع_{ا}^{٢} + ح_{ا}^{٢} + ح_{ا}^{٢} = ١$$

حيث $ع_{ا}$ = تشبع الإختبار ا بالعامل العام .

$ح_{ا}$ = تشبع الإختبار ا بالعامل الطائفى .

$خ_{ا}$ = تشبع الإختبار ا بالعامل الخاص .

جدول (١ — ٥) : يمثل نظرية العوامل الثنائية لهولزنجر

رقم الاختبار	العامل									$هـ^{٢}$
	العامل العام	$ح_{١}$	$ح_{٢}$	$خ_{١}$	$خ_{٢}$	$خ_{٣}$	$خ_{٤}$	$خ_{٥}$	$خ_{٦}$	
١	٫٦	٫٣		٫٧٤٢						٫٤٥
٢	٫٤	٫٤			٫٧٢٥					٫٢٢
٣	٫٧		-			٫٧١٤				٫٤٩
٤	٫٥		٫٦				٫٦٢٥			٫٦١
٥	٫٦		٫٧					٫٣٨٧		٫٨٥
٦	٫٨		٫٣						٫٥٢٠	٫٧٣

والإرتباط بين أى إختبارين يتحدد بمدى تشبعهما بنفس العوامل . ويمكن حسابه من حاصل ضرب تشبعاتهما تبعا للمعادلة التالية :

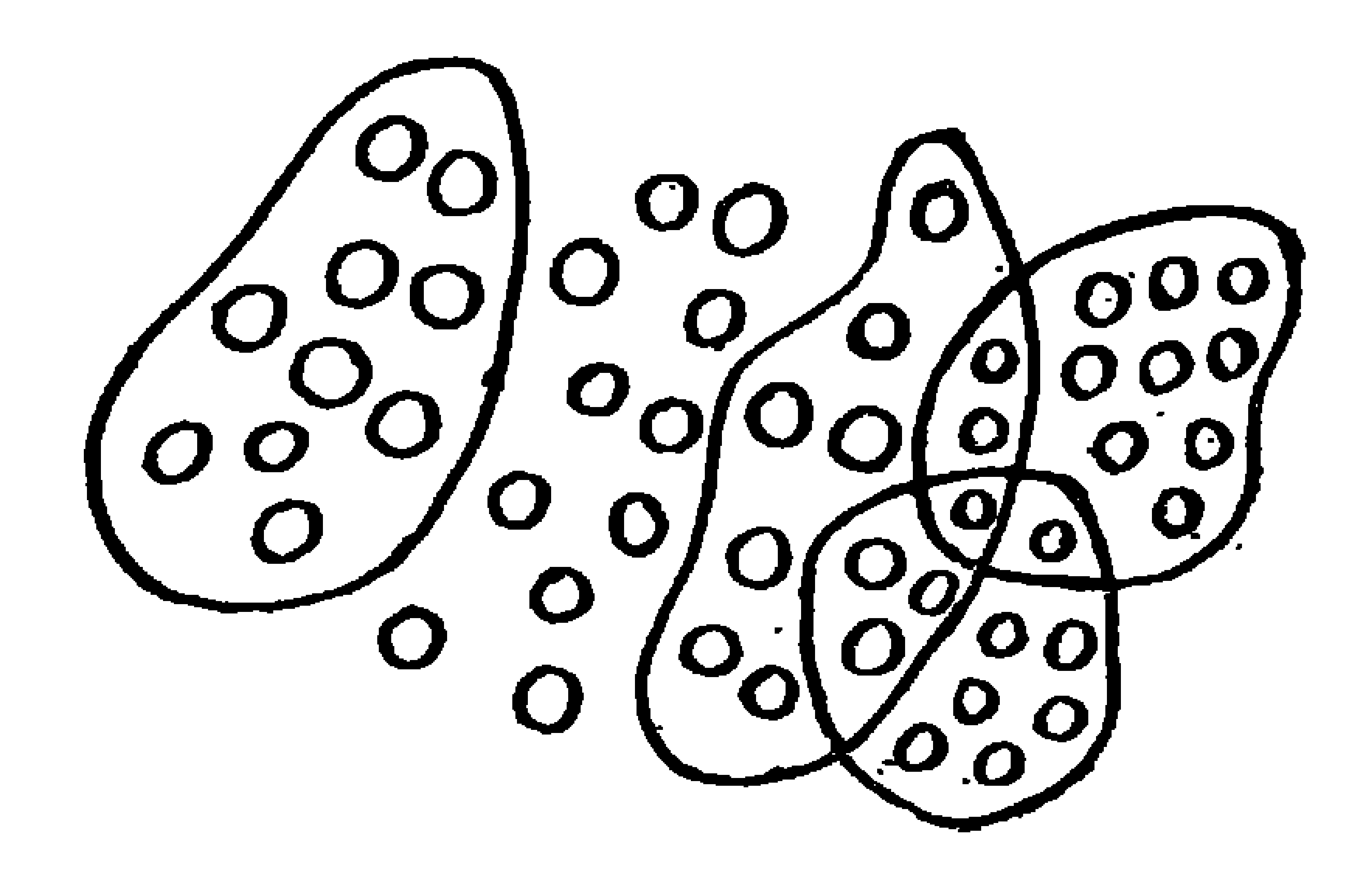
$$ر_{اب} = ع_{ا} ع_{ب} + ح_{ا١} ح_{ب١} + ح_{ا٢} ح_{ب٢} + \cdots + ح_{ان} ح_{بن}$$

فعامل الإرتباط بين الاختبارين ١ ، ٢ من الجدول (١ — ٥) يساوى (٫٦ × ٫٤) + (٫٣ × ٫٤) أى ٫٣٦ . والارتباط بين الاختبارين ١ ، ٥ يساوى (٫٦ × ٫٦) + (٫٣ × ٠) + (٫٧ × ٠) أى ٫٣٦ . وهكذا يمكن حساب كل الارتباطات بين كل الاختبارات . ويوجد فى مثالنا هذا تسعة عوامل ولكن ثلاثة منها فقط ، العامل العام وعاملان طائفيان ، هى التى تحدد معاملات الارتباطات ومن بين العوامل الطائفية التى حددها الباحثون باستخدام طريقة العوامل الثنائية ، القدرة اللغوية فالقدرة العددية والقدرة الميكانيكية والانتباه والتخيل وعوامل أخرى كالمثابرة والارادة والتذبذب .

نظرية العينات Thomson's Sampling Theory

يرفض بعض علماء التحليل العاملي الأخذ بالعوامل العامة كالعامل G أو بالعوامل الطائفية ، على أنها تمثل وحدات نفسية . ومن أشهر هؤلاء العلماء طومسون الذى وضع نظرية العينـــات ، والتى يمكن تمثيلها بالشكل (١ — ٣) .

شكل (١ — ٣) : يمثل نظرية العينات



تمثل كل دائرة من الدوائر الصغيرة وحدة قدرة ، ورغم ضيق حدودها فهى تدخل فى أداء أعمال مختلفة . وقد إفترض طومسون وجود عدد كبير من هذه الوحدات . وتبعا لنظرية العينات هذه ، يمكن إعتبار أن أى إختبار يحتوى على عدد من هذه الوحدات ، بحيث يحتوى بعضها على عدد كبير منها ، ويحتوى البعض الآخر على عدد قليل منها . وتتوقف درجة الارتباط بين أى إختبارين على عدد وحدات القدرات التى يشتركان فيها . ويعتقد طومسون أن القدرات قد تتحد بطريقة تؤدى إلى إرتباطات تقترب من صورة العامل العام لسبيرمان . ولكنها تختلف عنه فى أنها لاتعدو أن تكون تكتل من وحدات ، وليست عاملا أساسياً يكمن وراء

كل القدرات . وتعتبر العوامل الطائفية أيضا تكتلات لبعض وحدات القدرات . بينما تتكون العوامل الخاصة من وحدات تقتصر فى ظهورها على كل إختبار . لكن النقد الموجه إلى هذه النظرية يأتى حيث يكون الاحتمال ضئيل فى إثبات وجود العناصر التى يفترضها طومسون تجريبيا . ولا يمكن إعتبار الارتباط على أساس الاشتراك فى عدد من العناصر برهانا على أن القدرات المرتبطة تتكون أيضاً من عديد من العناصر . فإذا كونت العناصر المفروضة مركبات ثابتة ، بحيث تعطى وحدات نفسية أكبر ، فإنه يجب الاهتمام بتلك الوحدات الكبيرة (العوامل الطائفية) ، لأنها تمثل شيئا ذا معنى نفسى وبذلك تستحق الاعتراف بوجودها ووصفها وإستخدامها . فالمخ يتكون من عديد من الخلايا العصبية لكن العلم لايهتم إلا بوظيفة عدد كبير من تلك الخلايا متحدة معا .

نظرية العوامل المتعددة Multiple Factor Theory

تقوم هذه النظرية على أساس أن الإرتباطات بين عدد من الاختبارات ترجع إلى وجود عامل أو أكثر ، بحيث لايكون هناك عامل عام تشترك فيه الاختبارات كلها . فمثلا يتضمن الاختبار أ العوامل ١ ، ٣ وعامل خاص . ويتضمن الاختبار ب العامل ١ وعامل خاص . ويتضمن الاختبار حـ العامل ٢ ، ٤ وعامل خاص وهكذا . ويلاحظ أن التحليل يؤدى ، إلى ذلك كلما أمكن ، إلى أن يتضمن الاختبار عاملا واحدا مع تشبع ضئيل ، بحيث يمكن إهماله ، بالعوامل الأخرى . وتسمى هذه الصورة من تركيب العوامل بالتركيب البسيط . وهى تستخدم غالبا فى تحليل إختبارات القدرات . ولكنها تكون أكثر ملاءمة لاختبارات الجانب الانفعالى أو الدافعى من الشخصية حيث يندر أن يكون هناك عامل عام يمر بكل الاختبارات .

ومن الجدير بالذكر أن طريقة العاملين لسبيرومان ، والعوامل الثنائية

لهولزنجر ، والعوامل المتعددة لثرستون ، تشترك جميعها فى خاصية واحدة هى أن العامل الأول سواء سمى بالعامل العام أو العامل المركزى فإنه يكون مشبعا بما تتضمنه طبيعة إختبارات البطارية التى تخضعها للتحليل . فإذا تكونت البطارية أساسا من إختبارات عددية فإن العامل الأول سيقع قريبا من الإختبارات العددية . وإذا أضيف عدد من إختبارات الذاكرة وأعيد التحليل ، فإن العامل الأول سيتحرك نحو إختبارات الذاكرة . وعلى ذلك فإن الوصف العاملى لأى إختبار باستخدام هذه الطرق ، يتوقف على الإختبارات الأخرى التى تتضمنها بطارية الإختبارات . وبالإضافة إلى ذلك فإن تشبع الإختبارات بالعامل الأول تظهر إتفاقا من طريقة إلى أخرى . فقد وجد ودرو Woodrow باستخدام بطارية كبيرة أن هناك معامل إرتباط قدره ٩٦٥و بين تشبعات العامل المركزى الأول غير المدار بطريقة ثرستون ، وتشبعات العامل العام بطريقة هولزنجر عند تحليل نفس البيانات . كما وجد أن العامل العام باستخدام طريقة العوامل الثنائية يشبه دائما ذلك العامل العام باستخدام التحليل الرباعى لسبيرمان .

وعلى الرغم من أن طرق التحليل تؤدى إلى قيم متشابهة لتشبعات العامل الأول ، فإن تفسير العامل الأول يختلف من طريقة إلى أخرى . حيث يفسر كل من سبيرمان وهولزنجز العامل الأول بالقدرة العقلية العامة . ويفسره هوتيلنج وكيلى فى ضوء طبيعة الاختبار أو الاختبارات التى تظهر أكبر تشبعاته . ويقرر ثرستون بأنه خليط من كل شىء مما تتضمنه بطارية الاختبارات وأنه ليس ذى دلالة نفسية إلا بعد تدوير المحاور ، مما يؤيده ألكسندر Alexander ، وجاريت Garrett ، وجيلفورد Guilford .

ونجد فى طريقة كل من سبيرمان وهولزنجر أن العوامل الأخرى غير العامل العام لها تشبعات بعدد قليل مل الاختيارات . ويمكن تفسير هذه العوامل مباشرة . بينما نجد فى طريقة ثرستون أن العامل الثانى وما يليه من

عوامل يكون لها تشبعات موجبة لبعض الاختبارات وتشبعات سالبة للبعض الآخر . ويعتبر ثرستون أن هذه العوامل ، كالعامل الأول ، ليس لها دلالة إلا بعد تدويرها تدويراً صحيحاً .

ولا تختلف الطرق المتعددة للتحليل العاملى فى كيفية أداء عملية التحليل ولكن تختلف فيما تحدده لنفسها من نتائج . ويهتم معظم علماء التحليل العاملى بإيجاد عوامل مشتركة بين عدد من الاختبارات . ولما كان هناك إهتمام بالعوامل المشتركة ، فإن العوامل الخاصة تستبعد باستخدام الاشتراكيات Communalities بدلا من ثبات كل إختبار ، فى مصفوفة الارتباطات . وحيث أن ثبات الاختبار يتوقف على العوامل الخاصة والمشتركة فإن ثبات الاختبار يكون أكبر من إشتراكيته . وتؤدى طرق العوامل المشتركة إلى إعادة حساب معاملات الارتباطات بين الاختبارات بدرجة أفضل مما تؤدى إليه إعادة حساب الدرجات الخام للفرد . لأنها تقوم على إستبعاد العوامل الخاصة . بينما تؤدى طريقة هو تيلنج وغيرها مما يقوم على أساس تحليل كل التباين أى تباين العامل العام والخاص ، إلى إعادة حساب معاملات الارتباطات بدرجة أقل دقة ، وحساب الدرجات الأصلية بدرجة أفضل . وجدير بالذكر أن أى طريقة من طرق التحليل يمكن أن تستخدم فى تحليل تباين العامل المشترك أو التباين الكلى .

ونريد أن نؤكد هنا أن النتائج التى نحصل عليها فى دراسة التحليل العاملى تحددها طريقة التحليل العاملى إلى حدما . فتبدأ كل طريقة بأهداف معينة كالعامل العام لسبيرمان أو التركيب البسيط لثرستون . ولا تحدد هذه الأهداف فقط ماقد نتوصل إليه ولكنها تستبعد مايوجد من نتائج معينة فلم يحاول سبيرمان مطلقا الوصول إلى التركيب البسيط لأى بطارية إختبارات . ومع هذا فإن للبيانات أيضاقيمتها فى تحديدمايهدف إليه الباحث. ومن الأمثلة الواضحة على ذلك ، أنه إذا كانت كل معاملات الارتباط

ذات قيم صفرية لما تمكن سبيرمان من إستخلاص العامل العام ، ولما توصل ثرستون إلى التركيب البسيط لأنه يمكن الوصول إلى العامل العام أو التركيب البسيط فقط ، عندما تسمح البيانات بذلك .

وهناك عدة محكات يمكن على ضوئها مقارنة الطرق المختلفة ، نتناولها فيما يلى :

١ — الدقة فى إعادة حساب جدول الارتباطات الأصلى . ومن الملاحظ أن كل طرق التحليل العاملى يتحقق فيها هذا المحك بدرجة لا بأس بها . وقد بين ميككلوى Mccloy وميثناى Methney وكنوت Knott ، وأيضاطومسون أن طريقة ثرستون تفوق إلى حدما طريقة هو تيلنج وكيلى فى هذا الشأن .

٢ — عدم إرتباط العوامل . فالعوامل التى نستلخصها بطريقة كل من سبيرمان وهولزنجر وهو تيلنج وكيلى لا ترتبط فيما بينها بينما ترتبط العوامل التى نستخلصها بطريقة كل من ثرستون وتريون Tryon . ويعتبر عدم إرتباط العوامل فى طريقة كل من سبيرمان وهولزنجر وهو تيلنج وكيلى ميزة لها وكل من هذه الطرق تؤكد أن الارتباطات بين العوامل يجب أن تكون صفرية . بينما تقوم طريقة ثرستون وتريون على تحقيق العوامل المرتبطة أو العوامل المنفصلة تبعاً لما يوصل إلى الحل الأكثر دلالة والأكثر دقة . وتعتبر هذه المرونة فى طريقة كل من ثرستون وتريون ميزة لهما .

٣ — سهولة العمليات . الحسابية ويعتبر هذا المحك ذو قيمة عملية ، رغم عدم أهميته من الناحية النظرية ، لأن طريقة كل من ثرستون وهو تيلنج تحتاج إلى جهد كبير فى عملياتها الحسابية .

٤ — عدد العوامل التى تستخلصها طريقة التحليل . فطريقة هولزنجر تؤدى إلى عدد من العوامل يزيد عن عدد العوامل التى نستخلصها بطريقة ثرستون بمقدار العامل العام . ويؤدى التحليل العاملى بطريقة هو تيلنج

إلى إستخلاص عدد من العوامل بقدر ماهناك من إختبارات . ولانقارن معظم هذه العوامل بالعوامل التى نستخلصها بطريقة كل من هولزنجر وثرستون لأنها عوامل خاصة . ولايختلف كثيرا عدد العوامل المشتركة العامة التى نستخلصها بطريقة هو تيلنج عن العوامل التى نستخلصها بطريقة هولزنجر وثرستون .

٥ — عدد العوامل التى يتضمنها كل إختبار . تؤدى طريقة كل من سبيرمان وهولزنجر عادة إلى وصف للاختبار من حيث العوامل التى يحتويها ، فهى بذلك أكثر بساطه مما تؤدى إليه طريقة ثرستون ، بينما تعطى طريقة هو تيلنج صورة أكثر تعقيداً .

٦ — ملاءمة التمثيل الهندسى ، أى هل تقع موجهات العوامل قريبا من تجمعات الإختبارات التى تتشبع بها تشبعا عاليا ؟ فإذا كانت كل الإختبارات بسيطة فى تركيبها العاملى بدرجة كبيرة ، فإن كل الطرق ماعدا طريقة هو تيلنج تحقق هذا المحك . وإذا كان هناك إختبارات أكثر تعقيدا فإن طريقة كل من سبيرمان وهولزنجر تحققه عادة .

٧ — ثبات تشبعات العوامل عند تحليل الإختبار كجزء من بطارية جديدة . ولقد وضع ثرستون طريقة الإدارة إلى التركيب البسيط لتحقيق هذا المحك بينما لاتعطى طريقة كل من سبيرمان وهولزنجر نتيجة مرضية فى هذا الشأن .

٨ — سهولة تفسير العوامل . يسهل تفسير كل من عوامل ثرستون الأولية وعوامل هولزنجر الطائفية بينما يصعب تفسير العامل العام فى طريقة سبيرمان . كما تمثل العوامل فى طريقة هو تيلنج صعوبة كبيرة .

والخلاصة أن المكونات الأساسية التى نستخلصها بطريقة هو تيلنج يصعب تفسيرها كما أنها لاتكون ثابتة حيث يقرر كيرتون Cureton أن

أن المكونات الأساسية تكون دائما عديمة المعنى إذا ما أردنا تفسيرها ، حيث تختلط العوامل الخاصة والعوامل المشتركة معاوتتوزع بين المكونات العديدة . وبالإضافة إلى ذلك فإننا إذا أضفنا إختبارا جديدا إلى بطارية الإختبارات ، حتى ولو كان هذا الإختبار يشبه تماما فى محتوياته إختبارات البطارية الأخرى ، فإن المكونات الأساسية تتغير بأكملها . ويقرر كل من هولزنجر وثرستون وتيلور Talyor أن العوامل التى نستخلصها بطريقة هوتيلنج ، يمكن أن تكون أكثر دلالة باستخدام الإشتراكيات بدلا من ثوابت الإختيارات ، وبإدارة المكونات بالطريقة التى يتبعها ثرستون .

أما فيما يتعلق بطريقة كل من سبيرمان وثرستون فى التحليل فهناك جدال حول قيمة كل منها . ويقوم الفرق الأساس بينهما على تأكيد وجود العامل العام أوعدموجوده . ويقررهولزنجر وسونفورد Swinford فى هذا الصدد ، أن كل أنواع الإختبارات الفعلية ترتبط فيما بينها إرتباطا موجبا فيما عدا القليل منها . وأبسط تفسير لهذه الارتباطات المشتركةهوأنها ترجع إلى عامل عام . ولكن ثرستون يرى أن تشبعات العامل العام فى تحليل سبيرمان وهولزنجر ، ليست أكثر ثباتا من تشبعات عامله المركزى الأول غير المدار ولكن سبيرمان يقرر أنه لكى يصل الباحث إلى العامل العام الحقيق الثابت ، يجب عليه أن يستخدم مجموعة من الإختبارات التى يختارها بطريقـــة عشوائية إذ أن الابتعاد عن العشوائية سيؤثر على طبيعة العامل العام .

ويوجه سبيرمان النقد الشديد لثرستون ، حيث يقرر أن إدارة المحاور حتى نحصل على أقصى عدد من التشبعات الصفرية ، ينتج عنه تقسيم العامل العام g بين عددمن العوامل الصغيرةعديمة الدلالة . ويؤكد بيرت ماذهب إليه سبيرمان من نقد لثرستون، ولكن يذهب طومسون إلى أن نقد

سبيرمان يتسم بالسطحية ، ويسهل الاجابة عليه ، وأن هناك أدلة تجريبية تؤكد رفضه . ويشير ثرستون فى هذا الصدد إلى أن إدارة المحاور توصل إلى نفس العوامل بتحليل نفس الاختبارات فى بطاريات مختلفة . وتؤكد دراسات كل من جيلفورد وكوكس Cox ما يقرره ثرستون ، حيث يبين أنه يمكن الحصول على نفس العوامل ذات الدلالة عن طريق إدارة المحاور إلى التركيب البسيط .

وبينما يفترض فى طريقة كل من سبيرمان وهولزنجر وجود عامل عام ، حيث يكشف عنه التحليل ، فإن طريقة ثرستون لا تتطلب وجود هذا العامل العام ، ولكنها تكشف عن عوامل طائفية ترتبط فيما بينها . ولقد زاد الاقبال على طريقة ثرستون فى التحليل أكثر من أى طريقة أخرى لما تتميز به من مرونة كبيرة وعوامل أكثر ثباتا . ويقرر جاربت وجيلفورد وتيلور ، وميككلوى وميثناى وكنوت وآخرون أن طريقة ثرستون المركزية عند تدويرها تدويرا صحيحة تكون أقوى طرق التحليل العاملى السائدة .

الفروض الأساسية فى التحليل العاملى :

تتفق كل طرق التحليل العاملى على فروض أساسية نتناولها فيما يلى :

الفرض الأول : توجد هناك عوامل مشتركة تكمن وراء بطارية المتغيرات المرتبطة . ويمكن تمثيل درجات الفرد باستخدام هذه العوامل المرجعية ونتوقع عادة أن تكون العوامل المرجعية أقل عددا من الاختبارات المستخدمة .

ويقسم التباين الكلى للمتغير إلى ثلاث أنواع :

(ا) التباين المشترك Common Variance : النسبة من التباين الثابت التى ترتبط بالمتغيرات الأخرى .

(ب) التباين الخاص Specific Variane: النسبة من التباين الثابت التى لا ترتبط بأى متغير آخر .

(حـ) تباين الخطأ Error Variance: التباين الذى يتوقف على الصدفة نتيجة لأخطاء العينة والقياس والظروف غير المقننة للإختبار والتغيرات الفسيولوجية وغيرها من المؤثرات التى تؤدى إلى عدم الثبات .

ويكون التباين المشترك والخاص معاً التباين الثابت Reliable Varience ويعرف عادة بمعامل الثبات . ويفترض أن تباين الخطألا يرتبط بالتباين الثابت .

ويهدف التحليل العاملى إلى تحليل التباين المشترك لتحديد عدد ونوع التباينات المشتركة التى تؤدى إلى إرتباطات المتغيرات . ويمكن تمثيل التباين الكلى للمتغير ا بالمعادلة التالية .

$$\sigma^2_{\text{ا}} = \underbrace{\sigma^2_{\text{ا}_1} + \sigma^2_{\text{ا}_2} + \cdots + \sigma^2_{\text{ان}}}_{\text{التباينات المشتركة}} + \underbrace{\sigma^2_{\text{اخ}}}_{\text{التباين الخاص}} + \underbrace{\sigma^2_{\text{اط}}}_{\text{التباين الخطأ}}$$

وبقسمة طرفى المعادلة على $\sigma^2_{\text{ا}}$

$$\therefore \frac{\sigma^2_{\text{ا}}}{\sigma^2_{\text{ا}}} = \frac{\sigma^2_{\text{ا}_1}}{\sigma^2_{\text{ا}}} + \frac{\sigma^2_{\text{ا}_2}}{\sigma^2_{\text{ا}}} + \cdots + \frac{\sigma^2_{\text{ان}}}{\sigma^2_{\text{ا}}} + \frac{\sigma^2_{\text{اخ}}}{\sigma^2_{\text{ا}}} + \frac{\sigma^2_{\text{اط}}}{\sigma^2_{\text{ا}}}$$

$$1 = \underbrace{\text{ت}^2_{\text{ا}_1} + \text{ت}^2_{\text{ا}_2} + \cdots + \text{ت}^2_{\text{ان}}}_{\text{التباينات المشتركة}} + \underbrace{\text{خ}^2_{\text{ا}}}_{\text{التباين الخاص}} + \underbrace{\text{ط}^2_{\text{ا}}}_{\text{تباين الخطأ}}$$

وتعرف قيم الجذر التربيعى للتباينات المشتركة ($\text{ت}_{\text{ا}_1}$ إلى $\text{ت}_{\text{ان}}$) بتشبعات العوامل ، وتمثل مقدار إرتباط الإختبار ا بكل عامل بالنسبة

للعوامل المستقلة . وتمثل هـــذه المعادلة فرض التجمع بالاضافة additive assumption فى التحليل العاملى . ويعنى ذلك الفرض أن التباين الـكلى للإختبار يساوى مجموع مكونات تبايناته . ويناسب هذا الفرض التجميعى المرحلة الحالية من دقة القياسات النفسية . وتتطلب الدقة بعد ذلك إستخدام النسب أو حاصل الضرب أوأى أنواع أخرى أكثر تعقيداً من تجمعات العوامل . ويمكن إستنتاج بعض العلاقات والتعريفات من المعادلة السابقة .

إشتراكية الاختبار : تعرف إشتراكية الاختبار بأنها مجموع تبايناته المشتركة المستقلة ويرمز لها بالرمز هـ٢ .

$$ت^{٢}_{١ا} + ت^{٢}_{٢} \ldots + ت^{٢}_{ام} = هـ^{٢}_{ا}$$

ويمكن تمثيل التباين الـكلى للمتغير ا بالمعادلة التالية :

$$هـ^{٢}_{ا} + خ^{٢}_{ا} + ط^{٢}_{ا} = ١$$

وحيث أننا قد ذكرنا أن تباين الإختبار يساوى مجموع تبايناته المشتركة والخاصة فيمكن تمثيله بالمعادلة التالية .

$$ر_{اا} = هـ^{٢}_{ا} + خ^{٢}_{ا} = ١ - ط^{٢}_{ا}$$

وإشتراكية المتغير أقل من ثباته إلا فى حالات محدودة حيث يكون التباين الخاص مساويا للصفر . ويمكن من المعادلة السابقة إشتقاق علاقات أخرى كما يلى .

$$هـ^{٢}_{ا} = ر_{اا} - خ^{٢}_{ا}$$

$$خ^{٢}_{ا} = ر_{اا} - هـ^{٢}_{اا}$$

إنفرادية الاختبار Uniqueness of the test : تلك النسبة من التباين الـكلى التى لا يشترك فيها أى متغير آخر ويرمز لها بالرمز ف٢ .

$$\text{ف}^{٢}_{\text{ا}} = \text{خ}^{٢}_{\text{ا}} + \text{ط}^{٢}_{\text{ا}} = ١ - \text{هـ}^{٢}_{\text{ا}}$$

وحيث أن $\text{ر}_{\text{اا}} = \text{هـ}^{٢}_{\text{ا}} + \text{خ}^{٢}_{\text{ا}} = ١ - \text{ط}^{٢}_{\text{ا}}$

إذن $\text{ط}^{٢}_{\text{ا}} = ١ - (\text{هـ}^{٢}_{\text{ا}} + \text{خ}^{٢}_{\text{ا}}) = ١ - \text{ر}_{\text{اا}}$

الفرض الثانى : ويقوم الفرض الثانى فى التحليل العاملى على أن معامل الارتباط بين متغيرين ا ، ب ، يرجع إلى طبيعة تشبعهما بالعوامل المشتركة ومدى هذا التشبع . ويمكن تمثيل هذا الفرض بالنسبة للعوامل المتعامدة بالمعادلة التالية :

$$\text{ر}_{\text{اب}} = \text{ت}_{\text{ا}١}\,\text{ت}_{\text{ب}١} + \text{ت}_{\text{ا}٢}\,\text{ت}_{\text{ب}٢} + \cdots + \text{ت}_{\text{ان}}\,\text{ت}_{\text{بن}}$$

أى أن معامل الارتباط بين متغيرين يساوى مجموع حاصل ضرب تشبعات المتغيرات بالعوامل المشتركة بينهما .

وباستخدام المعادلة السابقة يمكن توضيح عددا من العلاقات الهامة بين الاختبارات . تبين المصفوفة المبينة بالجدول (١ — ٦) تشبعات ثلاث إختبارات ومحك بأربعة عوامل .

جدول (١ — ٦) : مصفوفة تشبعات ثلاثة إختبارات ومحك بأربعة عوامل .

المتغير	١	٢	٣	٤	$\text{هـ}^{٢}$	$\text{خ}^{٢}$	$\text{ر}_{\text{اا}}$
١	٧,	٠	٤,	٣,	٧٤,	١٢,	٨٦,
٢	٠	٦,	٠	٢,	٤٠,	١٠,	٥٠,
٣	٨,	١,	٥,	٠	٩٠,	٠٥,	٩٥,
٤	٣,	٥,	٦,	٠	٧٠,	١٠,	٨٠,

يمكن حساب الارتباط بين الاختبارين ١ ، ٢ كما يلى :

ر ٢١ = (٧و) (٠) + (٠) (٦و) + (٣و) (٢و) = ٠٦و

ويتضح بهذا أن الإرتباط بين الاختبارين ١ ، ٢ يرجع إلى تشبعهما المشترك بالعامل الرابع فقط . ومعامل الارتباط بين الاختبارين ١ ، ٣ يساوى :

ر ٣١ = (٧و) (٨و) + (٠) (٠و) + (٤و) (٥و) + (٣و) (٠) = ٨٦و

ويرجع الارتباط بين هذين الاختبارين إلى تشبعهما المشترك بالعامل ١ إلى حد كبير وبدرجة أقل إلى تشبعهما بالعامل ٣ .

ويساوى الإرتباط بين الاختبار ١ والمحك س (٧و) (٣و) + (٠) (٥و) + (٤و) (٦و) + (٣و) (٠) = ٤٥و . ويعرف هذا الارتباط بمعامل صدق الاختبار ١ . ويلاحظ أن صدق الاختبار ١ بالنسبة للمحك يرجع إلى تباين العامل ٣ المشترك مع متغير المحك .

ومعاملات صدق الاختبارين ٢ ، ٣ هى :

ر ٢س = (٠) (٣و) + (٦و) (٥و) + (٠) (٦و) + (٢و) (٠) = ٣و

ر ٣س = (٨و) (٣و) + (١و) (٥و) + (٥و) (٦و) + (٠) (٠) = ٥٩و

ويرجع صدق الاختبار ٢ ، إلى العامل ٢ كلية . بينما يبدو صدق الاختبار ٣ على أنه دالة لطبيعته المركبة ، حيث يقيس الاختبار ٣ ثلاثة من العوامل الأربعة .

ويتضح من معادلات إستخراج معاملات صدق الاختبارات بعض الأسباب التى يرجع إليها صدقها وما يجب إتخاذه لزيادة صدق الاختبارات أو بطارية الاختبارات . ويجب لتحقيق أقصى حد من الصدق أن يتضمن الاختبار كل العوامل الموجودة فى المحك بتشبعات بنفس الاشارة . وكلما زاد التشبع كلما زاد صدق الاختبار . وإذا تضمن المحك تباينا خاصاً بدرجة من الوضوح فإنه يجب البحث عن إختبارات ترتبط بالتباين الخاص وبالتالى تحوله إلى تباين مشترك .

الفصل ٢

الأسس الرياضية للتحليل العاملي

تقوم العمليات الرياضية فى التحليل العاملى على نظرية المصفوفات التى نوضح أساسياتها فيما يلى :

تعرف المصفوفة بأنها ترتيب الأرقام فى جدول بغض النظر عما تمثله هذه الأرقام . ويمكن إعتبار جدول معاملات الارتباط بمثابة مصفوفة . وليس للمصفوفة ككل قيمة خاصة تتميز بها . وتكتب عادة داخل خطين مزدوجين . والجدول (٢ - ١) يبين مصفوفة مربعة ٤ × ٤ .

جدول (٢ — ١) : المصفوفة ٤ × ٤

	١	٢	٣	٤
١	م١١	م٢١	م٣١	م٤١
٢	م١٢	م٢٢	م٣٢	م٤٢
٣	م١٣	م٢٣	م٣٣	م٤٣
٤	م١٤	م٢٤	م٣٤	م٤٤

ويحدد كل عنصر فى المصفوفة بتحديد الصف الذى يوجد فية المتغير أولا ثم العمود . وعلى ذلك فالرمز م٣٢ يمثل الرقم الموجود فى الخلية التى تمثل تقاطع الصف الثالث مع العمود الثانى . ومن السهولة أن نرمز إلى المصفوفة كلها بحرف من الحروف . ولذلك رمزنا للمصفوفة فى الجدول (٢—١) بالرمز م . ويقال أن ترتيب المصفوفة التى تتكون من ف من الصفوف و ح من الأعمدة

يساوى ب × ح . وترتيب المصفوفة المربعة يساوى ح × ح . ويمكن أن نعتبر أن ترتيب المصفوفة المربعة هو ح حيث عدد الصفوف يساوى عدد الأعمدة .

المصفوفة المحورة Transpose a matrix : تعتبر المصفوفة المحورة بمثابة مصفوفة ثانية بحيث تصبح صفوف الأولى أعمدة فى الثانية ويمكن الإشارة إلى المصفوفة المحورة بإضافة شرطة إلى الحرف الذى يدل على المصفوفة . فإذا كنا نرمز إلى المصفوفة بالرمز مـ ، فإننا نرمز إلى المصفوفة المحورة بالرمز مـ′ . ويوضح الجدول (٢ — ٢) شكل المصفوفة المحورة مـ′ بالنسبه للمصفوفة الأصلية مـ .

جدول (٢ — ٢) : المصفوفة المحور مـ′ والمصفوفة الأصلية مـ′ .

	١	٢	٣
١	٫٣	٫٢	٫٥
٢	٫٧	٫٦	٫٣
٣	٫٥	٫٤	٫٩
٤	٫١	٫٨	٫٦
٥	٫٩	٫٣	٫٤
٦	٫٦	٫٥	٫٨

	١	٢	٣	٤	٥	٦
١	٫٣	٫٧	٫٥	٫١	٫٩	٫٦
٢	٫٢	٫٦	٫٤	٫٨	٫٣	٫٥
٣	٫٥	٫٣	٫٩	٫٦	٫٤	٫٨

درجة المصفوفة Rank of a Matrix : درجة مصفوفة الإرتباطات هى عدد المتغيرات المرجعية المطلوبة لتوضيح الإرتباطات . وتهدف العمليات الرياضية للتحليل العاملى إلى إختبار درجات المصفوفات .

بعض أنواع المصفوفات الشائعة

(أ) المصفوفة المربعة Square Matrix : المصفوفة المربعة هى المصفوفة التى يتساوى فيها عدد الصفوف وعدد الأعمدة .

$$\begin{Vmatrix} ٢ & ٧ & ١ \\ ٣ & ٩ & ٢ \\ ٤ & ٨ & ٥ \end{Vmatrix}$$ مصفوفة مربعة

(ب) المصفوفة المتماثلة Symmetric Matrix : وهى مصفوفة مربعة مع تساوى القيم فى المواضع المتشابهة على جانبى الخط القطرى الرئيسى والذى يمتـــد من أعلى الطرف الأيمن إلى أسفل الطرف الأيسر ويتضمن $\text{أ}_{١١}$ ، $\text{أ}_{٢٢}$ و $\text{أ}_{٣٣}$ ... الخ ، الأمر الذى يؤدى إلى تماثل المصفوفة .

إذا كانت $\text{أ}_{٢١} = \text{أ}_{١٢}$ ، $\text{أ}_{٣٢} = \text{أ}_{٢٣}$ ، $\text{أ}_{٣١} = \text{أ}_{١٣}$

$$\begin{Vmatrix} \text{أ}_{٣١} & \text{أ}_{٢١} & \text{أ}_{١١} \\ \text{أ}_{٣٢} & \text{أ}_{٢٢} & \text{أ}_{١٢} \\ \text{أ}_{٣٣} & \text{أ}_{٢٣} & \text{أ}_{١٣} \end{Vmatrix}$$ مصفوفة متماثلة

وعلى ذلك فالمصفوفة التالية مصفوفة متماثلة :

$$\begin{Vmatrix} ٤ & ٣ & ٢ \\ ٨ & ٩ & ٣ \\ ٥ & ٨ & ٤ \end{Vmatrix}$$

وتتساوى المصفوفة المتماثلة مع المصفوفة المحورة إذا تساوت عناصرها

المتقابلة ، ويعتبر عادة جدول الإرتباطات مصفوفة متماثلة في حالة خلو الخلايا القطرية الرئيسية من الأرقام

ح — المصفوفة القطرية Diagonal Matrix : المصفوفة القطرية هي التي تزيد قيم خلاياها القطرية عن الصفر بينما تكون بقية القيم الأخرى مساوية للصفر .

مصفوفة قطرية

٠	٠	ا١١
٠	ا٢٢	٠
ا٣٣	٠	٠

(د) المصفوفة المتطابقة Identity Matrix هي المصفوفة التي تساوى قيم خلاياها القطرية الرئيسية الوحدة بينما تساوى القيم الأخرى الصفر . ويرمز لها بالرمز مـت .

مصفوفة متطابقة

٠	٠	١
٠	١	٠
١	٠	٠

ضرب المصفوفات : يمكن إيجاد حاصل ضرب المصفوفات ، ولكن قواعد الضرب تكون أكثر تعقيدا من الضرب الحسابي . فهو يختلف عن الضرب الحسابي في الترتيب الذي تتم فيه عملية الضرب. فلا يساوى حاصل ضرب المصفوفتين ا × ب حاصل ضرب المصفوفتين ب × ا . ففي الحالة الأولى ، يوصف ضرب المصفوفة ا بأنه ضرب بعدى Post—multiplied في المصفوفة ب ، بينما يوصف ضرب المصفوفة ا في الحالة الثانيه بأنه ضرب قبلي Pre—multiplied في المصفرفة ب . ولكي يمكن ضرب المصفوفة ا

ضربا بعديا فى المصفوفة ب ، يجب أن يساوى عدد الأعمدة فى المصفوفة ا عدد الصفوف فى المصفوفه ب . والقاعدة الرئيسية فى ضرب المصفوفات هى عملية ضرب الصف فى العمود كما يتضح من الأمثلة التالية .

$$\underset{\text{ا}}{\begin{array}{c|cc|} & ١ & ٢ \\ ١ & \text{ا}_{١١} & \text{ا}_{٢١} \\ ٢ & \text{ا}_{١٢} & \text{ا}_{٢٢} \\ ٣ & \text{ا}_{١٣} & \text{ا}_{٢٣} \\ ٤ & \text{ا}_{١٤} & \text{ا}_{٢٤} \end{array}} \times \underset{\text{ب}}{\begin{vmatrix} ١ & ٢ & ٣ \\ \text{ب}_{١١} & \text{ب}_{٢١} & \text{ب}_{٣١} \\ \text{ب}_{١٢} & \text{ب}_{٢٢} & \text{ب}_{٣٢} \end{vmatrix}} =$$

$$\underset{\text{ح}}{\begin{Vmatrix} (\text{ا}_{١١}\text{ب}_{١١}+\text{ا}_{٢١}\text{ب}_{١٢}) & (\text{ا}_{١١}\text{ب}_{٢١}+\text{ا}_{٢١}\text{ب}_{٢٢}) & (\text{ا}_{١١}\text{ب}_{٣١}+\text{ا}_{٢١}\text{ب}_{٣٢}) \\ (\text{ا}_{١٢}\text{ب}_{١١}+\text{ا}_{٢٢}\text{ب}_{١٢}) & (\text{ا}_{١٢}\text{ب}_{٢١}+\text{ا}_{٢٢}\text{ب}_{٢٢}) & (\text{ا}_{١٢}\text{ب}_{٣١}+\text{ا}_{٢٢}\text{ب}_{٣٢}) \\ (\text{ا}_{١٣}\text{ب}_{١١}+\text{ا}_{٢٣}\text{ب}_{١٢}) & (\text{ا}_{١٣}\text{ب}_{٢١}+\text{ا}_{٢٣}\text{ب}_{٢٢}) & (\text{ا}_{١٣}\text{ب}_{٣١}+\text{ا}_{٢٣}\text{ب}_{٣٢}) \\ (\text{ا}_{١٤}\text{ب}_{١١}+\text{ا}_{٢٤}\text{ب}_{١٢}) & (\text{ا}_{١٤}\text{ب}_{٢١}+\text{ا}_{٢٤}\text{ب}_{٢٢}) & (\text{ا}_{١٤}\text{ب}_{٣١}+\text{ا}_{٢٤}\text{ب}_{٣٢}) \end{Vmatrix}}$$

$$\underset{\text{ا}}{\begin{array}{c|cc|} & ١ & ٠ \\ ١ & ,١ & ,٧ \\ ٢ & ,٦ & ,٣ \\ ٣ & ,٤ & ,٨ \\ ٤ & ,٥ & ,٢ \end{array}} \times \underset{\text{ب}}{\begin{array}{c|ccc|} & ١ & ٢ & ٣ \\ ١ & ,٩ & ,٤ & ,٣ \\ ٢ & ,٢ & ,١ & ,٧ \end{array}} =$$

	١	٢	٣
١	,٢٣	,١١	,٥٢
٢	,٦٠	,٢٧	,٣٩
٣	,٥٢	,٢٤	,٦٨
٤	,٤٩	,٢٢	,٢٩

ح

يتضح من هذين المثالين أن كل قيمةمن قيم المصفوفة الناتجةهى حاصل جمع عمليتى ضرب . وإذا إحتوت المصفوفة ا على ثلاث أعمدة والمصفوفة ب على ثلاث صفوف فإن كل قيمة من قيم خلايا المصفوفه الناتجة من عملية الضرب تتكون من حاصل جمع ثلاث عمليات ضرب وهكذا . وتتكون المصفوفة الناتجهمن عدد من الصفوف يساوى صفوف المصفوفة الأولى ، وعدد من الأعمدة يساوى أعمدة المصفوفه الثانية . وإذا ضربت مصفوفةرتبتها ك × ن فى مصفوفة رتبتها ن × م فإن رتبة المصفوفة الناتجة تكون ك ×م .

المصفوفةالمقلوبة Inverse Matrix : وبالإضافة إلىضرب المصفوفات ، يمكن تناولها بطريقة تشبهعملية القسمة . ولما كان ضرب أى رقم فى مقلوبه يساوى الوحدة فى العمليات الحسابيه ، لذلك فإن ضرب المصفوفه الجبرية فى مقلوبها يؤدى الى مصفوفه متطابقه . وتوضح المعادلات التالية هذه العلاقات .

$$\text{س} \times \frac{1}{\text{س}} = 1$$ (عملية حسابية)

$$\text{مـ} + \text{مـ}^{-1} = \text{مـت}$$ (مصفوفة جبرية)

حيث تدل مـ$^{-1}$ على مقلوب المصفوفة مـ . وعندما ينقل المضروب

فيه من طرف المعادلة إلى الطرف الآخر ، فإنه يظهر فى صورة مقلوبة فى الطرف الذى نقل اليه . وبالمثل فإنه عند نقل المصفوفة المضروب فيها ، فإنها تظهر فى صورة مقلوبة فى الطرف الآخر من المعادلة .

$$\text{س} \times \text{ص} = \text{أ}$$

$$\text{ص} = \frac{\text{أ}}{\text{س}} \qquad \text{(عملية حسابية)}$$

$$\text{مـ} \times \text{ب} = \text{حـ}$$

$$\text{ب} = \text{مـ}^{-1} \times \text{حـ} \qquad \text{(مصفوفه جبرية)}$$

وكما أن عمليه ضرب المصفوفه أكثر تعقيداً من الضرب الحسابى ، فإن الحصول على المصفوفةالمقلوبه يعتبر عملية أكثر تعقيداً من القسمة . وحيث أنه يلزم الحصول على مقلوب المصفوفة فى عدد من مشاكل التحليل العاملى ، لذلك سنتناول أحدى طرق قلب المصفوفة ، وتقوم هذه الطريقة على الاسس التالية :

١ — توجد هناك عمليات معينه يمكن اجراؤها على المصفوفه مـ حيث يمكن بواسطتها اختصار المصفوفة الى المصفوفة المتطابقه .

٢ — تطبيق هذهالعمليات بنفس الترتيب على صفوف المصفوفه المتطابقه يؤدى الى مـ^{-1} أى مقلوب المصفوفه مـ .

وتوضيح الخطوات التالية طريقة حساب مقلوب المصفوفة مـ .

مـ

,٢	,٤	,٧
,٦	,١	,٥
,٣	,٨	,٣

مـن

١,٠	٠	٠
٠	١,٠	٠
٠	٠	١,٠

١ — نقسم كل رقم فى الصف الأول من المصفوفة مـ على القيمة الموجودة فى الخلية القطرية لهذا الصف (٢,) ونقسم أيضاً الأرقام فى الصف الأول من المصفوفة مـن على نفس القيمة (٢.) . وبهذا نحصل على القيم المبينة فى المصفوفتين .

٠	٠	٥,	٣,٥	٢,	١,
٠	١,٠	٠	,٥	,١	,٦
١,٠	٠	٠	,٣	,٨	,٣

٢ — بعد أن نحصل على القيمة ١, فى أعلى العمود الأول من اليمين فى المصفوفة ، فإننا نقوم بتحويل بقية القيم فى العمود إلى أصفار ، حتى نحصل على صورة المصفوفة المتطابقة . ويمكن إجراء هذه العملية على الصف الثانى بطرح ٦, من كل قيمة فى الصف الأول من القيمة المقابلة لها فى الصف الثانى . فإذا كانت قيم الصف الأول ١,٠، ٢,٠ ، ٣,٥ فإننا نوجد مامقداره ٦, من كل قيمة ، فنحصل على القيم ٦,، ١,٢ ، ٢,١ . ثم نطرح هذه القيم من قيم الصف الثانى المقابلة وهى ٦, ، ١, ، ٥, فنحصل على ٠، — ١,١، — ١,٦ .
وبهذا نحصل على المصفوفتين التاليتين .

٠	٠	٥,٠	٣,٥	٢,٠	١,٠
٠	١,٠	٣,٠-	١,٦-	١,١-	٠
١,٠	٠	٠	,٣	,٨	,٣

٣ — ولكى نحصل على قيمة صفرية فى العمود ١ فى الصف ٣ ، فإننا نطرح ٣, من كل قيمة فى الصف الأول من القيمة المقابلة لها فى الصف ٣ .
مثلا الصف الأول هى ١,٠ ، ٢,٠ ، ٣,٦ . نوجد ما مقداره ٣, من كل قيمة ، فنحصل على القيم ٣, ، ٦, ، ١,٠٥ ثم نطرح هذه القيم من قيم الصف الثالث المقابلة ٣, ، ٨, ، ٣, فنحصل على القيم ٠ ، ٢, ، — ٠,٧٥

ثم نكرر نفس العملية فى المصفوفة اليسرى وبهذا نحصل على المصفوفتين التاليتين :

٣,٥	٢,٠	١,٠
١,٦-	١,١-	٠
,٧٥-	,٢	٠

٠	٠	,٥
٠	١,٠	٣,٠-
١,٠	٠	١,٥-

وبالنسبة للمصفوفة التى تتكون من أكثر من ثلاثة صفوف ، نتبع نفس العملية حتى تصبح كل قيم العمود الأول أسفل الصف الأول قيما صفرية. وجدير بالذكر أنه بينما تجرى العمليات على الصفوف فإن الأعمدة هى التى تختصر إلى صورة المصفوفة المتطابقة .

٤ — نقسم كل رقم فى الصف الثانى من المصفوفة اليمنى على القيمة الموجودة فى الخلية القطرية من الصف الثانى (— ١,١) ، فنحصل على ١,٠ فى هذه الخلية ، ونقسم كل رقم فى الصف الثانى من المصفوفة اليسرى على نفس القيمة (— ١,١) فنحصل على المصفوفتين التاليتين :

٣,٥٠	٢,٠٠	١,٠٠
١,٤٥	١,٠٠	٠
,٧٥-	,٢٠	٠

٠	٠	٥,٠٠
٠	,٩١-	٢,٧٣
١,٠	٠	١,٥-

٥ — ولكى نغير القيم الأخرى فى العمود الثانى لقيم صفرية ، نتبع نفس العملية التى إستخدمناها فى العمود الأول . فنحسب ضعف كل قيم الصف الثانى لنحصل على ٠ ، ٢,٠ ، ١,٩٠ . ثم نطرح هذه القيم من قيم الصف الأول لنحصل على القيم ١,٠ ، ٠ ، ٠,٦٠ . نوجد مامقداره ,٢ من كل قيمة من قيم الصف الثانى ، فنحصل على القيم ٠ ، ٠ ، — ١,٠٤ . نكرر نفس العملية على المصفوفة اليسرى . وبهذا نحصل على المصفوفتين التاليتين :

٠	١,٨٢	,٤٦-		,٦	٠	١,٠
٠	,٩١-	٢,٧٣		١,٤٥	١,٠	٠
١,٠	,١٨	٢,٠٥-		١,٠٤-	٠	٠

ويتضح الآن أننا قد إختصرنا العمودين الأول والثانى من المصفوفة اليمنى إلى صورة المصفوفة المتطابقة .

٦ — نقسم كل قيمة فى الصف الثالث فى كلى المصفوفتين على القيمة الموجودة فى الخلية القطرية للصف الثالث فى المصفوفة اليمنى (—٤٠ر١) . ويلاحظ أننا نبدأ بإختصار العمود بتغير قيمة خليته إلى ١ر٠ . وبهذا نحصل على المصفوفتين التاليتين .

٠	١,٨٢	,٤٦-		,٦	٠	١,٠
٠	,٩١-	٢,٧٣		١,٤٥	١,٠	٠
,٩٦-	,١٧-	١,٩٧		١,٠	٠	٠

٧ — نغير القيمة الأولى والثانية من العمود الثالث من المصفوفة اليمنى إلى قيم صفرية . وذلك بأن نوجد ما مقداره ٦, من كل قيمة من قيم الصف الثالث فنحصل على القيم ٠ ، ٠ ، ٦و٠ ثم نطرح هذه القيم من القيم المقابلة فى الصف الأول فتنتج القيم ٠و١ ، ٠ ، ٠ . ثم نضاعف قيم الصف الثالث بمقدار ١,٤٥ من المرات فنحصل على القيم ٠ ، ٠ ،١,٠. نجرى نفس العمليات على صفوف المصفوفة اليسرى . وبهذا نحصل على المصفوفتين التاليتين .

,٥٨	٢,٩٢	١,٦٤		٠	٠	١,٠
١,٣٩	,٦٦-	,١٣-		٠	١,٠	٠
,٩٦-	,١٧-	١,٩٧		١,٠	٠	٠
$م^{-1}$				مـت		

ومن ثم يتبين لنا أن المصفوفة اليمنى قد أختصرت إلى المصفوفة المتطابقة . وأصبحت المصفوفة اليسرى بذلك هي مـ$^{-1}$ أى مقلوب مـ . وللتأكد من صحة العمليات الحسابية نوجد حاصل ضرب مـ فى مـ$^{-1}$ ، فإذا حصلنا على المصفوفة المتطابقة كان هذا دليل على صحتها . وتتبع فى عمليات الضرب قواعد ضرب المصفوفات السابق ذكرها .

=	,٥٨	١,٩٢-	١,٦٤-	×	,٧	,٤	,٢
	١,٣٩	,٦٦-	١٣-		,٥	,١	,٦
	,٩٦-	,١٧-	١,٩٧		,٣	,٨	,٣
		مـ$^{-1}$				مـ	

٠	٠	١,٠
٠	١,٠	٠
١,٠	٠	٠
	مـن	

ويمكن الحصول على مقلوب المصفوفات الكبيرة بنفس العمليات السابقة .

التمثيل الهندسى لمعامل الارتباط :

إذا كان هناك إختباران يرتبطان فيما بينهما، وكان يمثل كل إختبار موجه[١] فيمكن توضيح الإرتباط بين الاختبارين بحاصل ضرب طول الموجهين فى جتا الزاوية المحصورة بينهما (θ) ، كما هو مبين بالمعادلة التالية.

$$ر_{٢١} = و_{١} و_{٢} \text{ جتا } \theta$$

---

(١) يعرف الموجه بأنه الخط المستقيم الذى يبدأ من نقطة معينة بطول معين وفى إتجاه محدد.

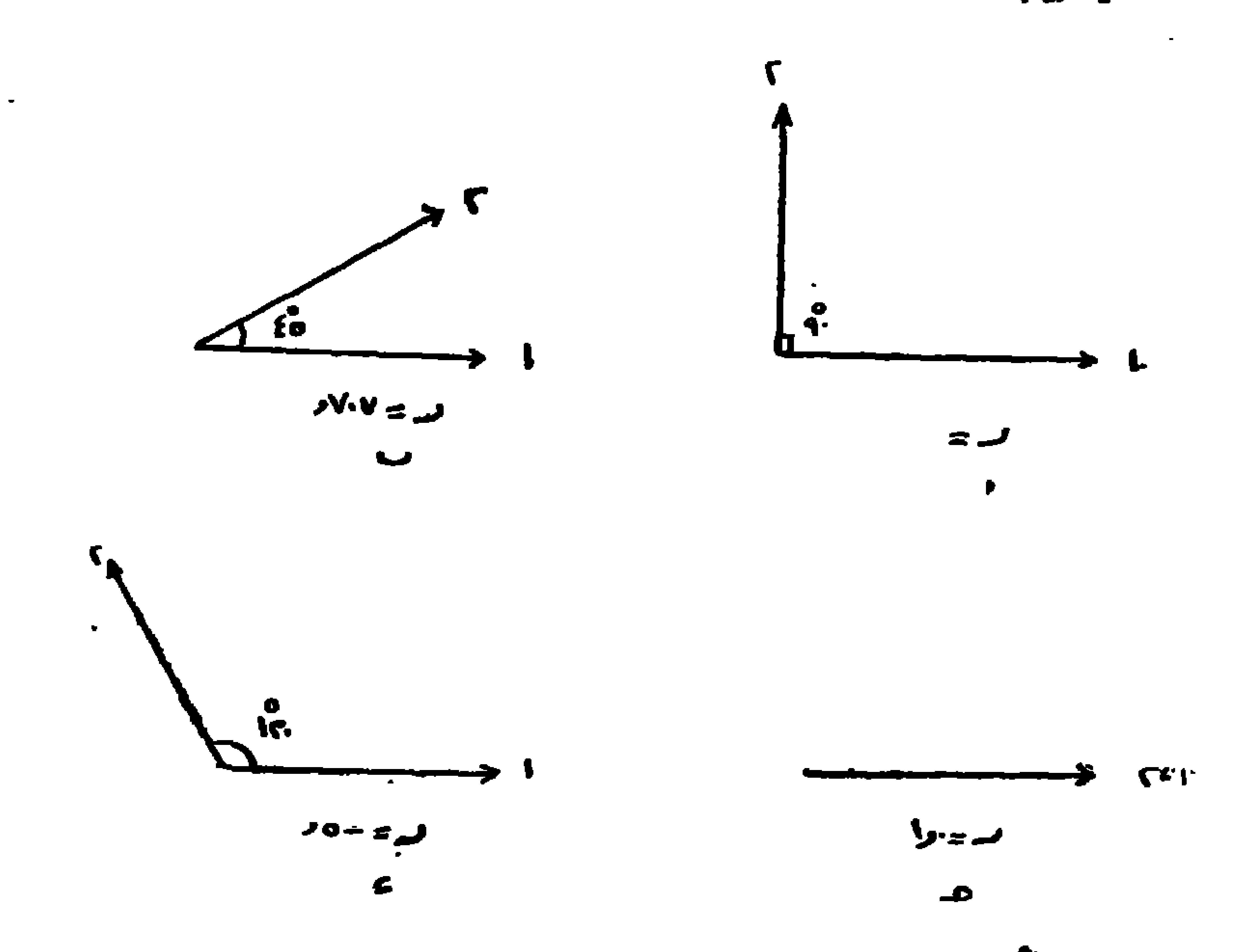
حيث ر $_{١٢}$ = معامل الارتباط بين الإختبار ١ والإختبار ٢ .

و $_{١}$ = موجه الاختبار ١

و $_{٢}$ = موجه الاختبار ٢

θ = الزاوية بين الموجهين .

وإذا كان طول الموجه يساوى الوحدة ، فإن معامل الارتباط يساوى جتا الزاوية بينهما .



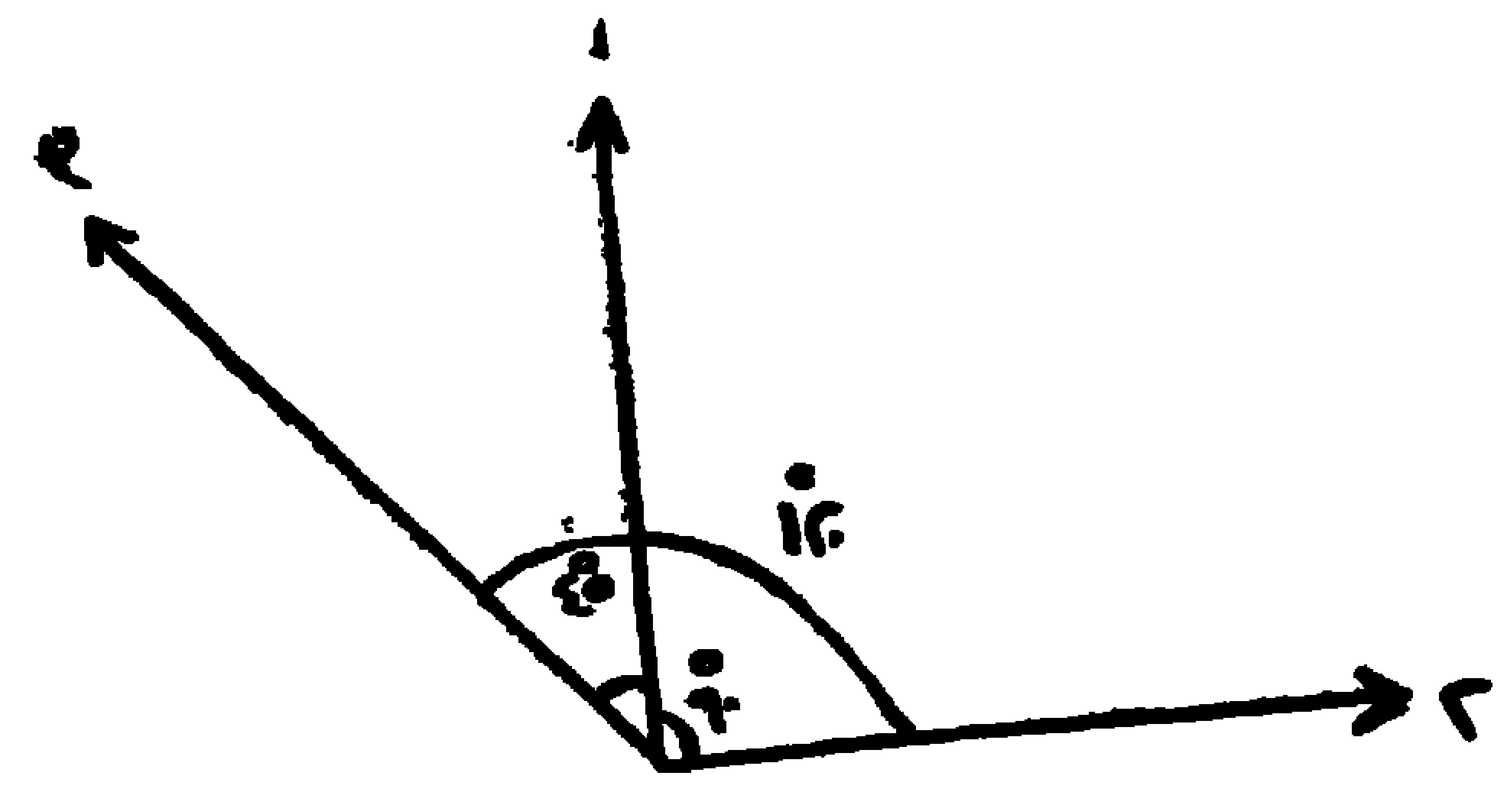
توضح الأشكال ا ، ب ، حـ ، ء تمثيل معاملات الارتباط بالموجهات. وحيث أن جتا ٩٠° تساوى صفرا ، فإن معامل الإرتباط الصفرى يمكن تمثيله بموجهين طول كل منهما الوحدة التى تبتدىء من نقطة الأصل ، بحيث يكون الموجهان بينهما زاوية قائمة كما فى الشكل ا . وحيث أن جتا ٤٥° تساوى ٧٠٨,٠ تقريبا ، فإن معامل الارتباط ٧٠٧,٠ يمكن تمثيله بموجهين طول كل منهما الوحدة ويكونان بينهما زاوية مقدارها ٤٥° كما فى الشكل ب . ولما كان جتا الزاوية صفر يساوى ١,٠ ، فإن معامل الارتباط ١,٠ يمكن تمثيله بموجهين طول كل منهما الوحدة وبينهما زاوية

مقدارها صفراً،أو بمعنى آخر بموجه واحد طوله الوحدة ينطبق على الموجه الآخر كما فى الشكل حـ . ويمكن تمثيل أى معامل إرتباط بين الصفر ، +١,٠ بموجهين بينهما زاوية تتراوح بين الصفر ، ٩٠ درجـــة ، حيث يساوى معامل الإرتباط جتا الزاوية . وبالمثل يمكن تمثيل جميع معاملات الإرتباط السلبية ، بموجهين بينهما زاوية منفرجه تتراوح بين ٩٠° ، ١٨٠ درجة إذ يمكن تمثيل معامل الارتباط —٥,٠ بموجهين طول كل منهما الوحدة وبينهما زاويه قدرها ١٢٠° . حيث أن جتا ١٢٠° تساوى — ٥,٠ كما فى الشكل ء .

التمثيل الهندسى لجدول الارتباطات :

يبين الرسم البيانى بالشكل (٢ — ١) أنه لا يمكن تمثيل كل إرتباطات الجدول (٢ — ٣) هندسيا فى بعدين فقط .

الشكل (٢—١) يوضح أن مصفوفة الارتباطات فى الجدول (٢—٣) لا يمكن تمثيلها فى بعدين .



يلاحظ من الرسم أن الارتباط بين المتغيرين ١ ، ٢ ، والارتباط بين المتغيرين ١ ، ٣ ممثلا ن تمثيلا صحيحا .

ويتضح من الرسم أن مجموع الزاوية بين الموجهين ١ ، ٢ والزاوية بين

الموجهين ١ ، ٣ ، لا يساوى الزاوية بين الموجهين ٢ ، ٣ . وعلى ذلك فمن الضرورى إتخاذ الشكل ذى الأبعاد الثلاث لكى نمثل الزوايا الثلاث تمثيلا صحيحا .

جدول (٢ — ٣) : مصفوفة الإرتباطات .

	١	٢	٣
١	١,٠٠٠	٠٠٠	,٧٠٧
٢	٠٠٠	١,٠٠٠	,٥٠٠
٣	,٧٠٧	,٥٠٠	١,٠٠٠

ويمكن إتخاذ هذه الأبعاد كتفسير هندسى لدرجة المصفوفة . حيث تدل الأبعاد التى يتطلبها تمثيل الموجهات على درجة المصفوفة . فإذا أمكن تمثيل الموجهات فى بعد واحد (خط مستقيم) فإن درجة المصفوفة تساوى الوحدة ، ويلزم لتمثيل العلاقات عامل مرجعى واحد .

ويصح هذا على أربعة متغيرات ينطبق عليها محك الفروق الرباعية لسبيرمان . وإذا أمكن تمثيل الموجهات والزوايا التى بينها فى بعدين فإن درجة المصفوفة تصبح ثنائية . ويلزم عاملان فقط لتفسير ما بين الموجهات من علاقات . وإذا أمكن رسم الموجهات فى ثلاثة أبعاد فقط ، فإن درجة المصفوفة تصبح ثلاثية وكذلك عدد العوامل . وعلى الرغم من أنه لايمكننا أن نتصور ماوراء الأبعاد الثلاثية إلا أنه يمكننا إضافة أبعاد أخرى . حيث تتطلب المصفوفة ذات الدرجة « ن » عددا من الأبعاد مقداره ن لترجع إليها العلاقات التى تقوم بين المتغيرات. كما أن هذه المصفوفة تتضمن عدد « ن » من العوامل .

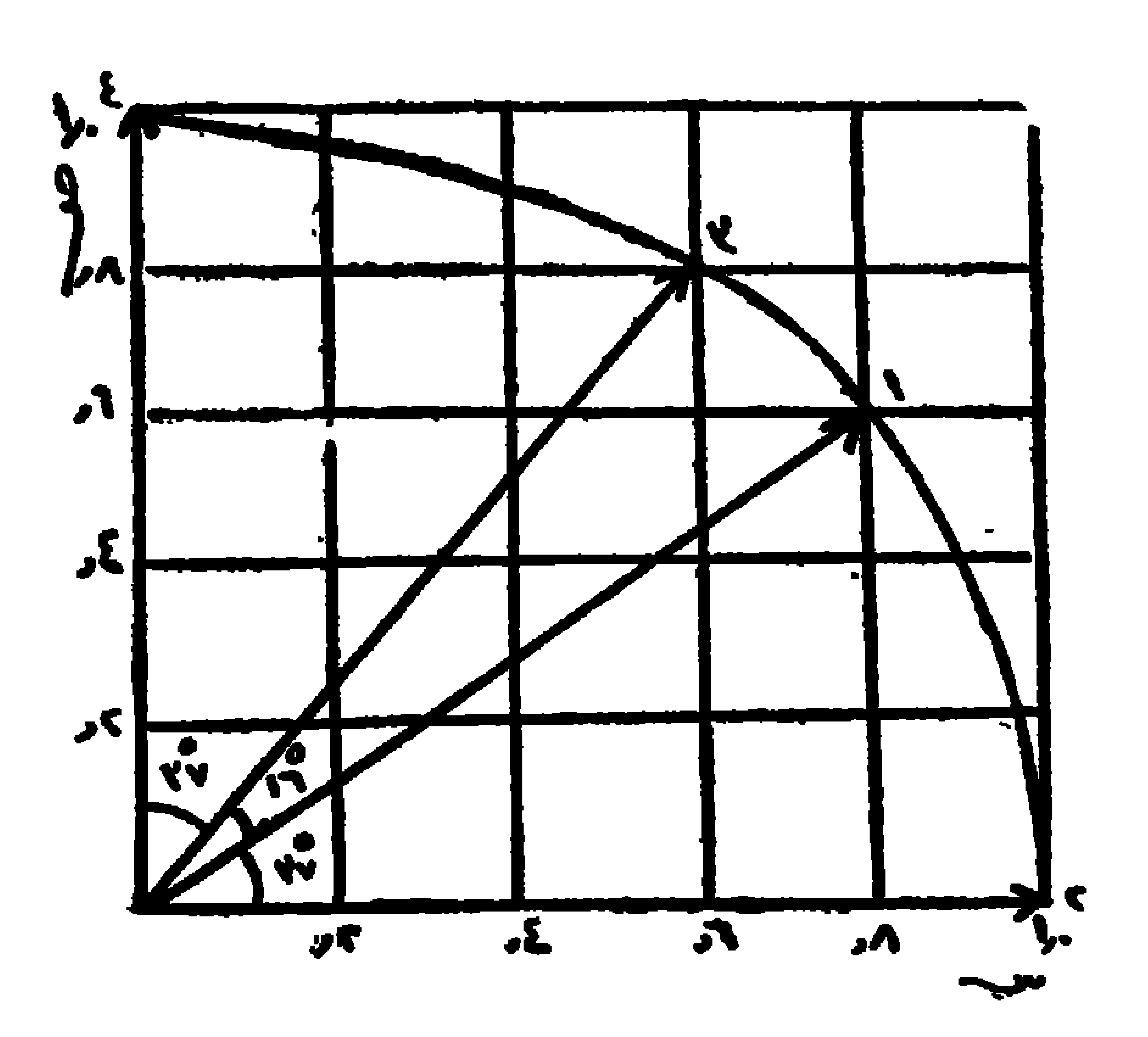
التمثيل الهندسى لجدول الارتباطات فى بعدين :

يتضح من الهندسة المستوية أن تقاطع الخطين المستقيمين يؤدى إلى تحديد مستوى معين . ويمكن التعبير عن أى خط آخر فى نفس المستوى بارجاعه إلى الخطين السابقين . ويوضح الشكل (٢—٢) تمثيل الارتباطات بين المتغيرات المبينة فى الجدول (٢—٤) بيانيا فى بعدين .

جدول (٢ — ٤) : الإرتباطات بين أربع متغيرات

المتغير	١	٢	٣	٤
١	١.٠٠	,٨٠	,٩٦	,٦٠
٢	,٨٠	١٠٠	,٦٠	٠٠
٣	,٩٦	,٦٠	١,٠٠	,٨٠
٤	,٦٠	٠٠	,٨٠	١,٠٠

شكل (٢—٢) : التمثيل الهندسى لمعاملات الارتباط فى بعدين



ولما كان فى الامكان توضيح العلاقات بين المتغيرات فى بعدين توضيحا صحيحا ، فإن درجة المصفوفة ٤ × ٤ تساوى ٢ . ويلزم فقط موجهين مستقلين لنرجع إليهما جميع العلاقات ، وبالتالى يمكن التعبير عن هذه الموجهات الأربعة بأى موجهين . ولقد إخترنا الموجهين ٢ ، ٤ لأنهما أكثر الموجهات ملاءمة لوجود زاوية قائمة بينهما . ويمكن تمثيل الموجهات الأربعة بالمعادلات التالية :

$$و_{١} = ٠٫٨\, و_{٢} + ٠٫٦\, و_{٤}$$

$$و_{٢} = ١٫٠\, و_{٢} + ٠\, و_{٤}$$

$$و_{٣} = ٠٫٦\, و_{٢} + ٠٫٨\, و_{٤}$$

$$و_{٤} = ٠\, و_{٢} + ١٫٠\, و_{٤}$$

ويشبه هذا التحليل العاملى لمتغيرات الجدول (٢ — ٤) . ومن الملاحظ أننا قد تمكنا من التعبير عن المتغيرات الأربعة فى صورة متغيرين مرجعيين أو عاملين . وعندما يتم التحليل بمثل هذه الطريقة يكتب فى صورة مختصرة كما فى الجدول (٢ — ٥) . وتسمى القيم فى العمودين ٢ ، ٣ بالتشبعات العاملية ، وهى التى يمكن إستخدامها فى تفسير طبيعة العوامل المستخلصه .

جدول (٢ — ٥) : مصفوفة العوامل

المتغير	العامل ١	العامل ٢	$ه^{٢}$
١	٫٨	٫٦	١٫٠
٢	١٫٠	٠	١٫٠
٣	٫٦	٨	١٫٠
٤	٠	١٫٠	١٫٠

ويبين العمود هـ٢ إشتراكيات المتغيرات التى نتوصل إليها بجمع مربعات تشبعات العوامل فى كل صف . ويمكن تفسيرها على أنها ذلك الجزء من تباين كل متغير يرتبط مع المتغيرات الأخرى . وهذه القيم مبينة أيضا فى الخلايا القطرية من الجدول (٢—٤) . ويلاحظ أن طول موجه الإختبار يساوى هـ أى الجذر التربيعى لإشتراكية الإختبار . ويظهر من هذه البيانات الإفتراضية أن إشتراكية الإختبار تساوى الواحد الصحيح . لكن نادرا مايكون هذا الأمر كذلك بسبب عدم ثبات الإختبار . وإذا قل طول موجه الإختبار عن الواحد الصحيح ، فإن الإرتباط بالمتغيرات الأخرى ينقص تبعا لذلك ، لأنه يساوى حاصل ضرب طول الموجهين فى جيب تمام الزاوية التى تفصل بينهما .

يمكن أن نلاحظ من المثال الذى ذكرناه أن التحليل العاملى أسلوب إحصائى يمكن بواسطته تحديد :

(ا) عدد الأبعاد التى يلزم أن نرجع إليها العلاقات بين مجموعة من المتغيرات .

(ب) مجموعة من الموجهات المرجعية (عوامل) التى يمكن أن نعبر فى ضوئها عن الموجهات التى تمثل المتغيرات .

حساب جدول الارتباطات من مصفوفة العوامل :

يمكن عن طريق التشبعات العاملية للاختبارات أن نقدر قيمة معاملات الارتباط بين هذه الاختبارات . ويتم حساب الارتباطات بجمع حواصل ضرب صفوف مصفوفة العوامل . فلكى نحصل على معامل الإرتباط بين المتغيرين ١ ، ٢ من الجدول (٢ — ٥) ، فإننا نوجد حاصل ضرب قيم الصف الأول فى القيم المقابلة لها فى الصف الثانى ، ثم نوجد مجموع حاصل الضرب معا (٠٫٦ × ٠ + ٠٫٨ × ١٫٠) أى ٠٫٨ . وبالنسبة للمتغيرين ٢، ٤،

فإننا نوجد مجموع حاصل ضرب قيم الصف الثانى فى القيمة المقابلة لها من الصف الرابع (٠ × ١و٠ + ١و٠ × ٠) أى صفر . ويمكن بهذه الطريقة حساب كل معاملات الإرتباط من مصفوفة العوامل .

التمثيل الهندسى لمصفوفة الارتباطات فى أبعاد ثلاثة :

يمكن تمثيل معاملات الإرتباطات المبينة بالجدول (٢—٦) هندسيا فى ثلاث أبعاد .

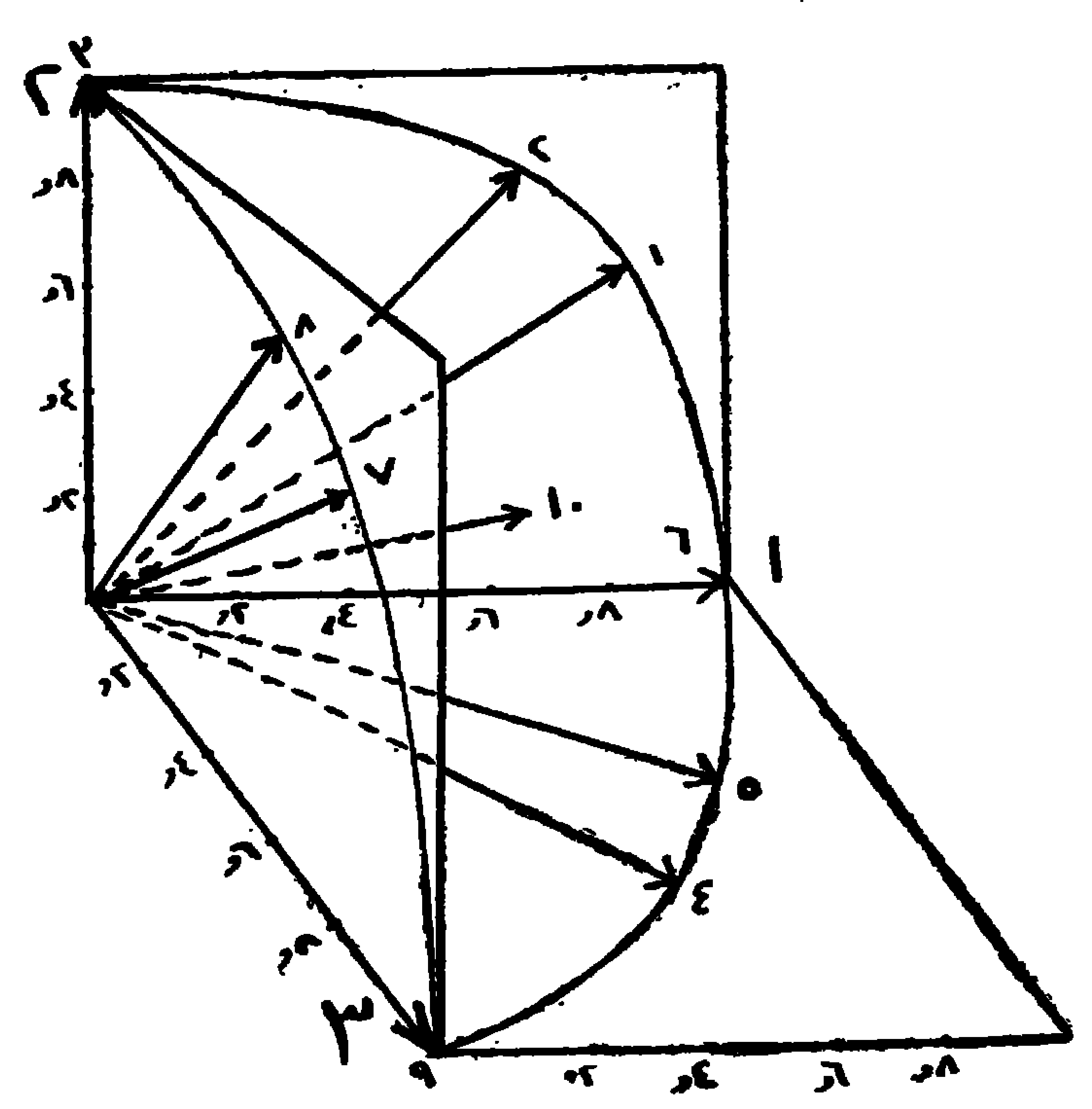
جدول (٢—٦) : مصفوفة الارتباطات

المتغير	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
١	١و٠٠	٩٦و	٦٠و	٤٨و	٦٤و	٨٠و	٣٦و	٤٨و	٠ ٠	٧٠و
٢	٩٦و	١و٠٠	٨٠و	٣٦و	٤٨و	٦٠و	٤٨و	٦٤و	٠ ٠	٧٠و
٣	٦٠و	٨٠و	١و٠٠	٠ ٠	٠ ٠	٠ ٠	٦٠و	٨٠و	٠ ٠	٥٠و
٤	٤٨و	٣٦و	٠ ٠	١و٠٠	٩٦و	٦٠و	٦٤و	٤٨و	٨٠و	٨٦و
٥	٦٤و	٤٨و	٠ ٠	٩٦و	١و٠٠	٨٠و	٤٨و	٣٦و	٦٠و	٨٢و
٦	٨٠و	٦٠و	٠ ٠	٦٠و	٨٠و	١و٠٠	٠ ٠	٠ ٠	٠ ٠	٥٠و
٧	٣٦و	٤٨و	٦٠و	٦٤و	٤٨و	٠ ٠	١و٠٠	٩٦و	٨٠و	٨٦و
٨	٤٨و	٦٤و	٨٠و	٤٨و	٣٦و	٠ ٠	٩٦و	١و٠٠	٦٠و	٨٢و
٩	٠ ٠	٠ ٠	٠ ٠	٨٠و	٦٠و	٠ ٠	٨٠و	٦٠و	١و٠٠	٧٠و
١٠	٧٠و	٧٠و	٥٠و	٨٦و	٨٢و	٥٠و	٨٦و	٨٢و	٧٠و	١و٠٠

يلاحظ من الجدول أن المتغير ٣ يرتبط إرتباطا صفريا بكل من

المتغيرين ٦ ، ٩. كما يرتبط المتغير ٦ إرتباطا صفريا بالمتغير ٩. وبذلك تتعامد موجهات هذه الاختبارات الثلاث كل على الآخر . ويبين الشكل (٢ — ٣) أطوال موجهات المتغيرات العشر المبينة بالجدول (٢ — ٦) فى أوضاعها الصحيحة . ويفصل الموجهات زوايا تساوى جيوب تمامها الارتباطات القائمة بين المتغيرات .

شكل (٢-٣) التمثيل الهندسى لمعاملات الارتباطات فى الجدول (٢-٦).



يتضح من الشكل العلوى أن الموجهين ١، ٢ يقعا فى مستوى الموجهين ٣ ، ٦ ، وبذلك يمكن التعبير عن المتغيرين ١، ٢ باستخدام المتغيرين ٣، ٦ . ويوجد المتغيران ٤، ٥ فى المستوى الذى يحدده الموجهان ٦، ٩، ويمكن التعبير عنهما باستخدام هذين الموجهين . وبالمثل يقع الموجهان ٧ ، ٨ فى المستوى الذى يحدده الموجهان ٣، ٩. ولا يوجد الموجه ١٠ فى أى من هذه المستويات ولكنه يوجد فى فراغ تحدده الموجهات ٣، ٦، ٩ . ويمكن التعبير عنه باستخدام

هذة الموجهات الثلاث . وإذا استخدمت الموجهات ٣ ، ٦ ، ٩ كموجهات مرجعية ، وهى المحاور ٢،١،٣ على الترتيب ، فإنه يمكننا تحديد تشبعات المتغيرات بالعوامل من الشكل (٢ — ٣) ، كما هو مبين بالجدول (٢ — ٧)

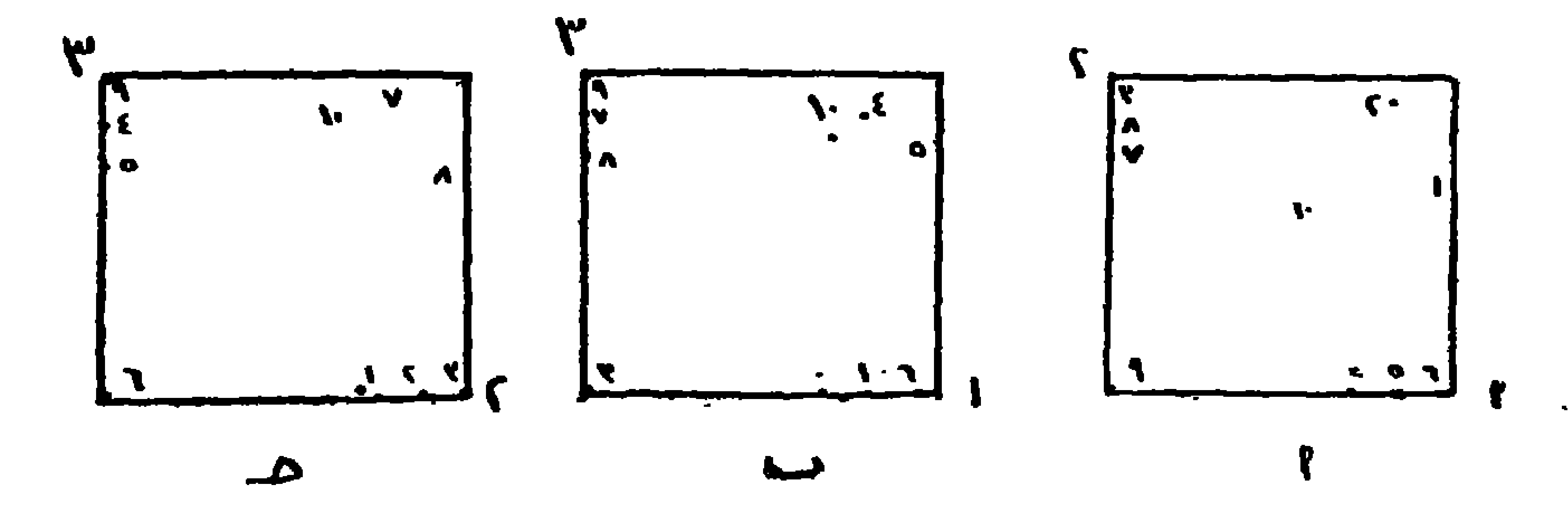
جدول (٢ — ٧) تشبعات الآختيارات العاملية

المتغير	العامل			ه٢
	١	٢	٣	
١	,٨	,٦	٠	١,٠
٢	,٦	,٨	٠	١,٠
٣	٠	١,٠	٠	١,٠
٤	,٦	٠	,٨	١,٠
٥	,٨	٠	,٦	١,٠
٦	١,٠	٠	٠	١,٠
٧	٠	,٦	,٨	١,٠
٨	٠	,٨	,٦	١,٠
٩	٠	٠	١,٠	١,٠
١٠	,٥	,٥	,٧	١,٠

ويمكن التعبير عن الموجه ١ بأنه ,٨ من العامل الأول أى الموجه ٦، و,٦ من العامل الثانى أى الموجه ٣ ، وصفرا من العامل الثالث أى الموجه ٩. وبالمثل يمكن تحديد بقية التشبعات من الرسم . ويمكن أن نتحقق من أن معاملات الارتباط تنتج من مجموع حاصل ضرب التشبعات المتقابلة . أى

أن ر٢١ = ٦, × ٨, + ٨, × ٦, + ٠ × ٠ = ٠,٩٦ ويمكن تمثيل تشبعات المتغيرات العاملية هندسيا فى مستوى واحد فى وقت واحد . وتصبح عملية التمثيل الهندسى سهلة إذا ما تناولنا فى كل مرة بعدين فقط . وتوضح الأشكال (٢ — ٤ — ا ، ب ، حـ) تمثيل الشكل (٢-٣) ذو الأبعاد الثلاثية ، هندسيا فى بعدين . ويلزم لتمثيل عدد ن من العوامل تمثيلا هناسيا عددا من الرسومات يساوى $\frac{ن(ن-١)}{٢}$. ومن المعتاد فى التحليل العاملى أن نمثل الموجه بواسطة نقطة تقع فى نهايته ، على أن يمتد الموجه من نقطة تقاطع الموجهات المرجعية إلى النقطة التى تمثل الموجه .

شكل (٢ — ٤) : يمثل المتغيرات العشر فى بعدين



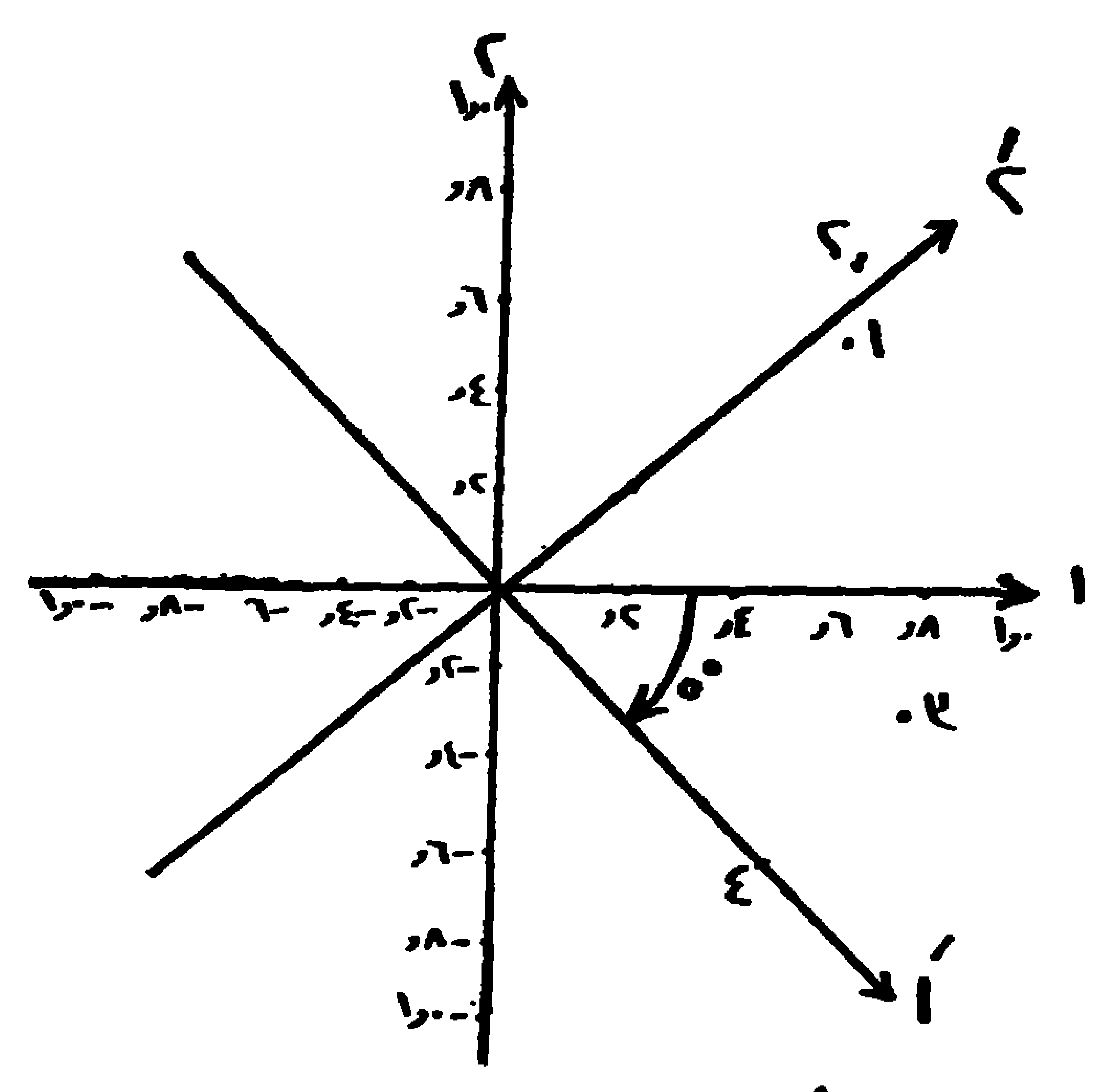
تدوين المحاور المرجعية

يوجه دائما النقد إلى التحليل العاملى حيث لايوجد هناك موضع محدد لاطار الموجهات المرجعية . فأى جدول للارتباطات يكون له تكوين واحد لموجهاته ، ولكن يمكن وصفه فى عدد لانهائى من المواقع فى إطار إحداثيات المحاور المرجعية . ويمكن الحصول على المواقع المختلفة للاطار بإدارة المحاور المرجعيه حول نقطة الأصل . ويمثل المحوران المرجعيان المتعامدان ١ ، ٢ كما هو مبين بالشكل (٢ — ٥) المتغيرات الأربع التى تتضح تشبعاتها فى الجدول (٢ — ٨) .

جدول (٢ — ٨) : مصفوفة العوامل

المتغير	العامل ١	العامل ٢	هـ٢
١	,٦	,٤	,٥٢
٢	,٦	,٦	,٧٢
٣	,٧	—,٣	,٥٨
٤	,٤	—,٥	,٤١

شكل (٢ — ٥): التمثل الهندسى لتشبعات متغيرات الجدول (٢—٨)



ويمكن استخدام أى درجة من درجات تدوير المحاور المرجعية ١ ، ٢ حول نقطة الأصل وفى نفس المستوى لتمثل معاملات الارتباط . ويلاحظ أنه فى مواقع المحاور الجديدة تختلف مساقط الاختبارات أى

تشبعها بالعوامل . ويمكن تدوير المحاور فى إتجاه عقرب الساعة أو ضد عقرب الساعة لأى عدد من الدرجات دون أن تتأثر الارتباطات القائمة بين المتغيرات . ويمكن حساب تشبعات المتغير ا العاملية عند تدوير محورين متعامدين ١، ٢ فى إتجاه عقرب الساعة بالمعادلتين التاليتين :

$ا'_{١} = ا_{١}$ جتا θ — $ا_{٢}$ حا θ

$ا'_{٢} = ا_{١}$ حا θ + $ا_{٢}$ جتا θ

حيث أن θ = زاوية الدوران

$ا'_{١}$ = تشبع الإختبار ا بالعامل ١ بعد إرادته .

$ا'_{٢}$ = تشبع الاختبار ا بالعامل ٢ بعد إدارته .

$ا_{١}$ = تشبع الاختبار ا بالعامل ١ قبل الادارة .

$ا_{٢}$ = تشبع الاختبار ا بالعامل ٢ قبل الادارة .

ويمكن كذلك حساب تشبعات المتغير ا العاملية عند تدوير محورين متعامدين فى إتجاه ضد عقرب الساعة بالمعادلتين التاليتين :

$ا'_{١} = ا_{١}$ جتا θ + $ا_{٢}$ حا θ

$ا'_{٢} =$ — $ا_{١}$ حا θ + $ا_{٢}$ جتا θ

ويمكن وصف عملية التدوير فى صورة مصفوفة . ومصفوفة التحويل لتدوير محورين متعامدين فى إتجاه عقرب الساعة هى :

$$\begin{Vmatrix} \text{جتا}\ \theta & \text{حا}\ \theta \\ -\text{حا}\ \theta & \text{جتا}\ \theta \end{Vmatrix}$$

ومصفوفة التحويل لتدوير محورين متعامدين فى إتجاه ضد عقرب الساعة هى :

$$\left\| \begin{array}{cc} \text{جتا } \theta & -\text{ حا } \theta \\ \text{حا } \theta & \text{جتا } \theta \end{array} \right\|$$

ويؤدى ضرب مصفوفة العوامل فى مصفوفة التحويل إلى مصفوفة العوامل المدارة كما يلى :

المتغير	العامل ١	العامل ٢
١	$أ_{١١}$	$أ_{٢١}$
٢	$أ_{١٢}$	$أ_{٢٢}$
٣	$أ_{١٣}$	$أ_{٢٣}$
٤	$أ_{١٤}$	$أ_{٢٤}$

$$\times \left\| \begin{array}{cc} \text{جتا}\theta & -\text{حا}\theta \\ \text{حا}\theta & \text{جتا}\theta \end{array} \right\| =$$

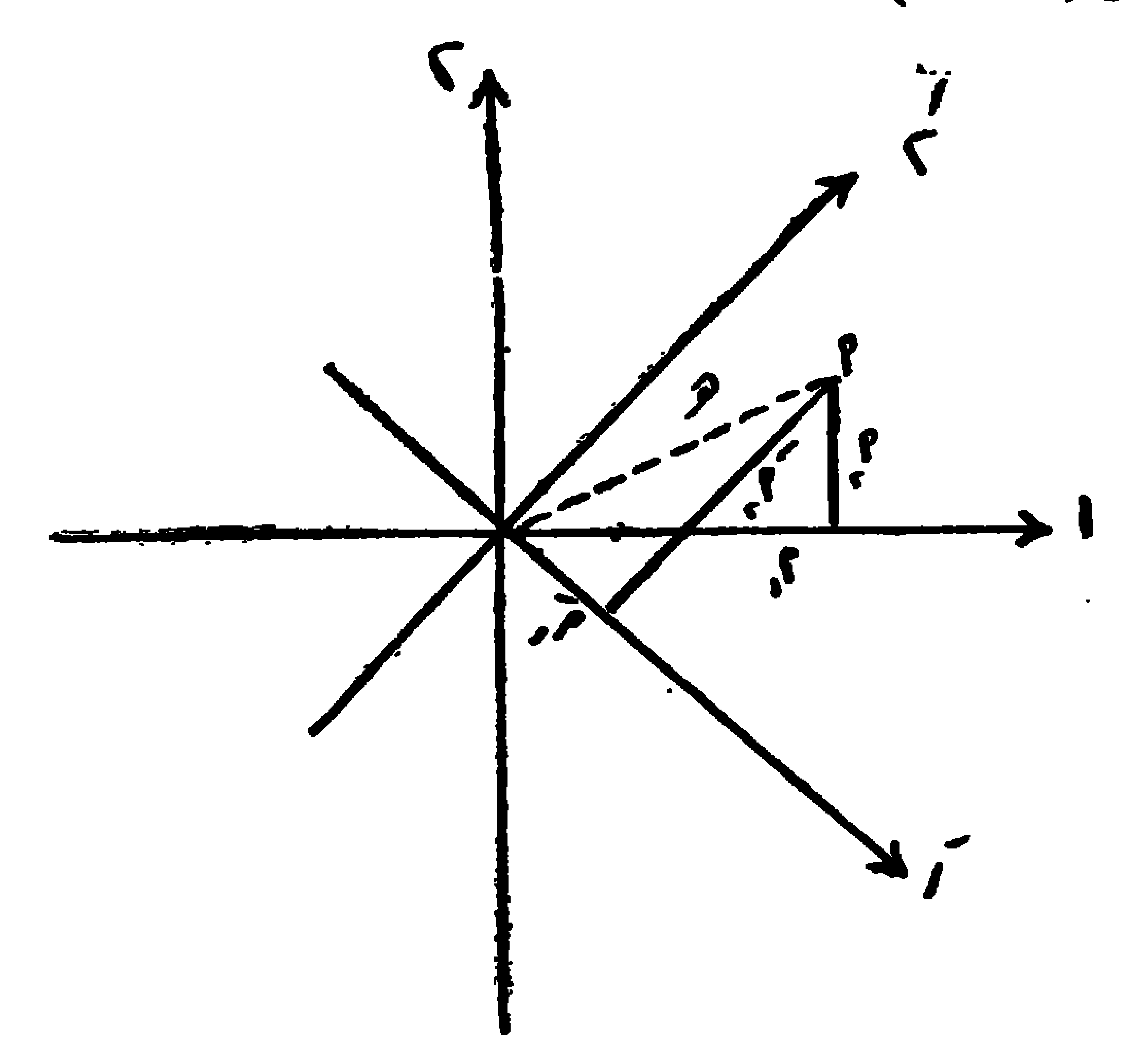
المتغير	العامل ١	العامل ٢
١	$أ'_{١١}$	$أ'_{٢١}$
٢	$أ'_{١٢}$	$أ'_{٢٢}$
٣	$أ'_{١٣}$	$أ'_{٢٣}$
٤	$أ'_{١٤}$	$أ'_{٤٢}$

حيث أن $أ'_{١١} = أ_{١١} \text{ جتا } \theta + أ_{٢١} \text{ حا } \theta$

$$أ'_{٢١} = أ_{١١} (-\text{ حا } \theta) + أ_{٢١} \text{ جتا } \theta$$

وهكذا بالنسبة لتشبعات بقية المتغيرات . وجدير بالذكر أن نشير إلى أن الاشتراكيات يجب ألا تتغير بعد عملية التدوير . ويتضح ذلك من الاثبات الهندسى التالى .

شكل (٢+٦) :



يتضح من الشكل (٢—٦) تبعا لنظرية فيثاغورث أن :

$$\text{ا}_1^2 + \text{ا}_2^2 = \text{هـ}^2$$

$$\text{ا}'^2_1 + \text{ا}'^2_2 = \text{هـ}^2$$

وهذا يدل على أن إشتراكية الاختبار هـ^2 لم تتغير بعد التدوير .

الفصل ٣

الطريقة المركزية

The Centriod Method

وضع هذه الطريقة ثرستون ، وهي تستخدم الآن في كثير من البحوث حيث يفضلها معظم الباحثين .

وفيما يلي شرح خطوات هذه الطريقة باستخدام مصفوفة الإرتباطات المبينة في الجدول (٣ — ١)

جدول (٣ — ١) : مصفوفة الإرتباطات الأصلية .

إختبار	١	٢	٣	٤	٥	٦
١		٫٥٠٣	٫٤٤٠	٫١١٠	٫١٩٣	٫٢١١
٢	٫٥٠٣		٫٤٩٥	٫٣١٣	٫١٤٥	٫٢٢٩
٣	٫٤٤٠	٫٤٩٥		٫٢١٣	٫١٥٨	٫٣١٥
٤	٫١١٠	٫٣١٣	٫٢١٣		٫٤١٠	٫٢٥٠
٥	٫١٩٣	٫١٤٥	٫١٥٨	٫٤١٠		٫١١٢
٦	٫٢١١	٫٢٢٩	٫٣١٥	٫٢٥٠	٫١١٢	

الخطوة الأولى : حساب تشبعات المتغيرات بالعامل الأول :

ويتم ذلك بالعمليات التالية :

١ — يلاحظ أن الخلايا القطرية فى الجدول خالية. وتتعدد هنا وجهات النظر حول القيم اللازمة لملأ الخلايا القطرية . وأكثر القيم المستخدمة هى إحدى القيم الثلاث التالية :

(ا) اشتراكية المتغير ($ه^٢$) : وهى تلك النسبة من تباين الاختبار الكلى التى ترتبط بالمتغيرات الأخرى .

(ب) ثبات المتغير : وهى تلك النسبة من تباين المتغير الكلى والتى ترتبط بنفسها .

(حـ) الوحدة : والتى تمثل الارتباط الذاتى للمتغير الذى يرجع إلى تباينه الكلى العام والخاص وتباين الخطأ .

وتستخدم الاشتراكيات عادة لشغل الخلايا القطرية الرئيسية ، لأنها تقلل من درجة المصفوفة إلى أقصى حد ، كما تؤدى العوامل المستخلصة إلى إعادة حساب معاملات الارتباط بدرجة أفضل . وإذا رغبنا فى الحصول على عوامل تؤدى إلى حساب مقدار النسبة من درجات الفرد التى ترجع إلى التباين الثابت بدرجة أفضل ، فإنه يجب إستخدام الثوابت لشغل الخلايا القطرية الرئيسية ، حيث يمكن الحصول على العوامل المشتركة والخاصة . وإذا رغبنا فى الحصول على عوامل تؤدى إلى حساب درجات الفرد الأصلية التى بدأنا بها التحليل بدرجة أفضل فإنه يجب إستخدام الوحدات فى الخلايا القطرية الرئيسية ، حيث تتضمن العوامل المستخلصة تباين الخطأ والتباينات المشتركة والخاصة . وتستخدم الاشتراكيات فى معظم الدراسات لشغل الخلايا القطرية الرئيسية . وأبسط طريقة لحساب الاشتراكيات هى وضع

أعلى معامل إرتباط للاختبار مع غيره من الاختبارات . وتعتبر هذه القيمة تقديرا أوليا لاشتراكية الاختبار، وهى دائما قيمة موجبة رغم إشارة أعلى إرتباط فى العمود . وعلى ذلك تكون اشتراكية الاختبار ١ هى (٥٠٣,)، وإشتراكية الاختبار ٢ (٥٠٣,) ، واشتراكية الاختبار ٢ (٥٠٣,) ، واشتراكية الاختبار ٣ (٤٩٥,) ، واشتراكية الاختبار ٤ هى (٤١٠.) وهكذا . توضع هذه القيم كما هو مبين بالجدول (٣—٢) .

٢ — بعد وضع الاشتراكيات فى الخلايا القطرية ، نوجد حاصل جمع القيم الموجودة فى كل عمود بدون إضافة الاشتراكيات . ويلاحظ أن حاصل جمع كل عمود لابد أن يساوى حاصل جمع كل صف .

الجدول (٣ – ٢) : مصفوفة الارتباطات الأصلية بعد وضع الاشتراكيات .

الاختبار	١	٢	٣	٤	٥	٦	
١	(٥٠٣و)	٥٠٣و	٤٤٠و	١١٠و	١٩٣و	٢١١و	١و٤٥٧
٢	٥٠٣و	(٥٠٣و)	٤٩٥و	٣١٣و	١٤٥و	٢٢٩و	١و٦٨٥
٣	٤٤٠و	٤٩٥و	(٤٩٥و)	٢١٣و	١٥٨و	٣١٥و	١و٦٢١
٤	١١٠و	٣١٣و	٢١٣و	(٤١٠و)	٤١٠و	٢٥٠و	١و٢٩٦
٥	١٩٣و	١٤٥و	١٥٨و	٤١٠و	(٤١٠و)	١١٢و	١و٠١٨
٦	٢١١و	٢٢٩و	٣١٥و	٢٥٠و	١١٢و	(٣١٥و)	١و١١٧
المجموع بدون إشتراكيات مج ١	١و٤٥٧	١و٦٨٥	١و٦٢١	١و٢٩٦	١و٠١٨	١و١١٧	٨و١٩٤ = مج ١
المجموع بعد إضافة الاشتراكيات ت ١	١و٩٦٠	٢و١٨٨	٢و١١٦	١و٧٠٦	١و٤٢٨	١و٤٣٢	١٠و٨٣٠ = مجت ١
التشبع بالعامل الأول	٥٩٦و	٦٦٥و	٦٤٣و	٥١٩و	٤٣٤و	٤٣٥و	$\sqrt{\text{مجت}_1}$ = ٣و٢٩١٠
							$\frac{1}{\sqrt{\text{مجت}_1}}$ = ٣٠٤و

وتتخذ هـــذه العملية كمراجعة . لأنه يجب الاهتمام بمراجعة العمليات الحسابية خطوة بخطوة . ويكون حاصل الجمع موجب فى العادة . وإذاكان حاصل جمع أى عمود سالبا ، فإنه من الضرورى القيام بعملية قلب الاشارات كما سنتناوله بعد ذلك .

٣ — نضيف قيمة كل إشتراكية إلى القيمة المقابلة لها من الصف مج ا١ ، فنحصل على قيم الصف ت ا١ والتى نوجد مجموعها الكلى فنحصل على القيمة مح ت١ وهى ١٠٫٨٣٠ .

٤ — بإيجاد الجـــذر التربيعى للقيمة مح ت١ فإننا نحصل على القيمة ٣٫٢٩١٠ ثم نوجد مقلوب الجذر التربيعى للقيمة مح ت١ فنحصل على القيمة ٠.٣٠٤ .

٥ — بإيجاد حاصل ضرب كل قيمة من قيم الصف ت ا١ فى القيمه ٣٠٤و يمكن الحصول على تشبع كل متغير بالعامل المركزى الأول ا١ .

٦ — ولمراجعة العمليات الحسابية . نوجد حاصل جمع كل التشبعات بالعامل الأول ، حيث يجب أن يساوى حاصل الجمع هذا القيمة √مح ت ا١ .

٧ — ويجب وضع تشبعات المتغيرات التى تكون قد قلبت عددا فرديا من المرات بالاشارة السالبة . حيث أننا لم نعكس فى هذه المرحلة من التحليل أى متغير ، فإن تشبعات كل المتغيرات بالعامل الأول تكون موجبة .

الخطوة الثانية : حساب مصفوفة البواقى الأولى :

بعد إستخلاص تشبعات المتغيرات بالعامل الأول ، نوجد مصفوفة بواقى الارتباطات ويتم ذلك فى الخطوات التالية :

١ — ترتب التشبعات التى حصلنا عليها بالعامل الأول أفقيا ورأسيا ،

كما هو مبين بالجدول (٣ — ٣) . وتعتبر كل التشعبات موجبة بغض النظر عن إشاراتها فى مصفوفة العوامل ، عند حساب مصفوفة البواقى .

الجـــدول (٣ — ٣) : مصفوفة الارتباطات الناتجة من تشبعات المتغيرات بالعامل الأول :

		,٥٩٦	,٦٦٥	,٦٤٣	,٥١٩	,٤٣٤	,٤٣٥
	المتغير	١	٢	٣	٤	٥	٦
,٥٩٦	١	(,٣٥٥)	,٣٩٦	,٣٨٣	,٣٠٩	,٢٥٩	,٢٥٩
,٦٦٥	٢	,٣٩٦	,٤٤٢	,٤٢٨	,٣٤٥	,٢٨٩	,٢٨٩
,٦٤٣	٣	,٣٨٣	,٤٢٨	,٤١٣	,٣٣٤	,٢٧٩	,٢٨٠
,٥١٩	٤	,٣٠٩	,٣٤٥	,٣٣٤	,٢٦٩	,٢٢٥	,٢٢٦
,٤٣٤	٥	,٢٥٩	,٢٨٩	,٢٧٩	,٢٢٥	,١٨٨	,١٨٩
,٤٣٥	٦	,٢٥٩	,٢٨٩	,٢٨٠	,٢٢٦	,١٨٩	,١٨٩

٢ — نحسب من هذه التشبعات مصفوفة الارتباطات المبينة بالجدول (٣ — ٣) ، وذلك بضرب القيمة الأولى من الصف الأفقى فى كل قيمة من قيم الصف الرأس . ويوضع الناتج فى خلايا العمود الأول . وبضرب القيمة ٥٩٦, من الصف الأفقى فى القيمة ٥٩٦, من الصف الرأس فإننا نحصل على القيمة ٣٥٥, حيث توضع فى الخلية الأولى من العمود الأول . وبضرب القيمة ٥٩٦, أيضاً فى القيمة ٦٦٥, من الصف الرأس نحصل على القيمة ٣٩٦, حيث توضع فى الخلية الثانية من العمود الأول .

نكرر العمل مع القيمة الثانية من الصف الأفقى و نوضع الناتج فى خلايا العمود الثانى ، وهكذا إلى أن نملأ كل خلايا المصفوفة .

٣ — ثم نطرح كل قيمة فى الجدول (٣ — ٣) من القيمة المقابلة لها

فى الجدول (٢ – ٢) فنحصل على مصفوفة البواقى الاولى . ولكى نوجد الباقى فى الخلية الاولى من العمود الاول نوجد باقى الطرح (٥٠٣, — ٣٥٥,) لنحصل على القيمة ١٤٨, التى نضعها فى الخلية الاولى من العمود الاول فى مصفوفة البواقى . وكذلك نوجد باقى طرح (٥٠٣, — ٢٩٦,) ونضع القيمة الناتجة فى الخلية الثانية من العمود الاول . وهكذا إلى أن نملأ كل خلايا مصفوفة البواقى الاولى المبينة بالجدول (٣ – ٤) .

الجدول (٣ – ٤) : مصفوفة البواقى الاولى

المتغير	١	٢	٣	٤	٥	٦	
١	(,١٤٨)	,١٠٧	,٠٥٧	— ,١٩٩	— ,٠٦٦	— ,٠٤٨	— ,٠٠١
٢	,١٠٧	(,٠٦١)	,٠٦٧	— ,٠٣٢	— ,١٤٤	— ,٠٦٠	— ,٠٠١
٣	,٠٥٧	,٠٦٧	(,٠٨٢)	— ,١٢١	— ,١٢١	,٠٣٥	— ,٠٠١
٤	— ,١٩٩	— ,٠٣٢	— ,١٢١	(,١٤١)	,١٨٥	,٠٢٤	— ,٠٠٢
٥	— ,٠٦٦	— ,١٤٤	— ,١٢١	,١٨٥	(,٢٢٢)	— ,٠٧٧	— ,٠٠١
٦	— ,٠٤٨	— ,٠٦٠	,٠٣٥	,٠٢٤	— ,٠٧٧	(,١٢٦)	٠٠٠
	— ,٠٠١	— ,٠٠١	— ,٠٠١	— ,٠٠٢	— ,٠٠١	٠٠٠	

ويتضح من الجدول (٣ – ٤) أن حاصل الجمع الجبرى لكل عمود أوصف فى مصفوفة البواقى يجب أن يساوى صفرا أو يقرب منه . وتعتبر هذه العملية مراجعة على صحة العمليات الحسابية وإذا قل عدد المتغيرات عن عشر متغيرات ، فإنه يجب مقارنة الاشتراكيات التى أدخلت فى الخلايا القطرية فى مصفوفة الارتباطات ، بالاشتراكيات التى نحصل عليها من التشبعات العاملية فإذا كان الاختلاف كبيراً يعاد التحليل مرة أخرى . وهكذا نكرر عملية حساب الاشتراكيات وإعادة عملية التحليل إلى أن يتلاشى الاختلاف بين قيم الاشتراكيات فى عمليتى تحليل متتاليتين .

الخطوة الثالثة : حساب تشبع المتغيرات بالعامل الثانى :

لاستخلاص تشبع المتغيرات بالعامل المركزى الثانى ، نتبع نفس الخطوات السابقة غير أننا نحتاج إلى إعادة تقدير الاشتراكيات قبل إجراء العمليات الحسابية . فندخل ايضاً أكبر معامل إرتباط فى العمود بغض النظر عن إشارته محل القيم القطرية . كما نحتاج هنا أيضاً إلى قلب إشارات بعض المتغيرات حتى يكون حاصل جمع كل عمود موجبا .

قلب الإشارات :

إذا كان حاصل جمع أى عمود بدون القيم القطرية سالبا ، فإنه يجب تغيير اشارات قيم بعض الصفوف والأعمدة المقابلة لها . ونهدف من تغيير الإشارات الى جعل المجموع الجبرى لكل القيم موجبا كلما أمكن ذلك ويتم قلب الاشارات بالخطوات التالية :

١ — تغير الإشارات السالبة إلى موجبة والموجبة الى سالبة فى العمود الذى ينتج عن حاصل جمعـــه أكبر قيمة سالبة ويتبع ذلك أيضا تغيير الاشارات فى الصف الافقى المقابل . ويتضح من المصفوفة المبينة بالجدول (٣ — ٥) أن عمود المتغير ٥ هو الذى يحتاج الى تغيير اشاراته . ويجب وضع علامة ولتكن ○ على رأس العمود والصف المقابل للدلالة على تغيير الاشارات وتوضع علامات بقدر عدد مرات تغيير اشارات المتغير . وبذلك يمكن أن يكون هناك أكثر من علامة على رأس العمود والصف .

جدول (٣ — ٥) : مصفوفة البواقى الأولى لحساب تشبعات المتغيرات بالعامل الثانى .

	١	٢	٣	٤ ٠	٥ ٠	٦ ٠	
١	١١٩و (١٤٨و)	١٠٧و	٠٥٧و	±١٩٩و	±٠٦٦و	±٠٤٨و	
٢	١٠٧و	١٤٤و (٠٦١و)	٠٦٧و	±٠٣٢و	±١٤٤و	±٠٦٠و	
٣	٠٥٧و	٠٦٧و	١٢١و (٠٨٢و)	+١٢١و	±١٢١و	—٠٣٥و	
٠ ٤	±١٩٩و	±٠٣٢و	+١٢١و	١٩٩و (١٤١و)	±١٨٥و	±٠٢٤و	
٠ ٥	±٠٦٦و	+١٤٤و	±١٢١و	±١٨٥و	١٨٥ (٢٢٢و)	∓٠٧٧و	
٠ ٦	+٠٤٨و	±٠٦٠و	—٠٣٥و	±٠٢٤و	∓٠٧٧و	٠٧٧و (١٢٦و)	
المجموع بدون إشتراكيات	—١٤٩و	—٠٦٢و	—٠٨٣و	—١٤٣و	—٢٢٣و	—١٢٦و	= —٧٨٦و
المجموع بدون إشتراكيات بعد تغيير إشارات المتغير ٥	—١٠٧و	٢٢٦.	١٥٩,	—٥١٣و	٢٢٣و	٠٢٨و	= ١٠٦و
المجموع بدون إشتراكات بعد تغيير إشارات المتغير ٤	٣٨١,	٢٩٠و	٤٠١,	٥١٣,	٥٩٣,	—٠٢٠,	= ٢,١٥٨
المجموع بدون إشتراكيات بعد تغيير إشارات المتغير ٦	٤٧٧و	٤١٠,	٣٣١,	٥٦١,	٤٣٩	٠٢٠و	= ٢,٢٣٨
المجموع بعد إضافة الإشتراكيات $ت_{٢١}$	٦٧٦,	٥٥٤,	٤٥٢	٧٦٠,	٦٢٤,	٠٩٧و	مج $ت_{٢١}$ = ٣,١٦٣
التشبع بالعامل الثانى	٢٧٩و	٣١٠و	٣٥٣و	٤٢٦و	٣٤٩و	٠٥٤و	$\sqrt{\frac{١}{مج\ ت_{٢١}}}$ = ٥٦٠و

٢ — بعد قلب إشارات عمود المتغير ٥ وكذلك صف المتغير أيضاً ، توجد حاصل جمع الأعمدة . فنحصل على قيم الصف الذى نسميه (المجموع بدون إشتراكيات بعد تغيير ٥) . ويمكن أن نحصل أيضاً على هذه القيم بمضاعفة قيم خلايا صف المتغير ٥ بعد تغيير إشاراتها وإضافتها إلى قيم حاصل الجمع المقابلة فى الصف الذى نسميه (المجموع بدون إشتراكيات) . ولكى نحصل على القيمة الأولى نضاعف العدد الموجود فى الخلية الأولى فى وصف المتغير ٥ أى ٦٦ و × ٢ فنحصل على القيمة ١٣٢و ثم نضيف هذه القيمة إضافة جبرية على القيمة ـ ١٤٩و لنحصل على القيمة — ١٧. وهكذا بالنسبة للقيم الأخرى . وبعد أن نحسب كل قيم الصف الجديد نوجد حاصل جمع هذه القيم والذى يجب أن تساوى مجموع قيم الصف السابق مضافا إليه أربعة أمثال حاصل جمع العمود الذى قد غيرت إشاراته . ويجب أن نتحق من هذه النتيجة لكل صف قبل أن ننتقل إلى تغيير آخر للاشارات . فمجموع الصف الذى نسميه (المجموع بدون إشتراكيات بعد تغيير إشارات المتغير ٥) يساوى ١٠٦و. ويساوى هذا العدد تبعاً لما ذكرناه —٧٨٦, + ٢٢٣, × ٤ = —٧٨٦, + ٨٩٢, = ١٠٦,. وبذلك تكون العمليات الحسابية التى تمت بعد تغيير الإشارات صحيحة وننتقل إلى خطوة أخرى .

٣ — نفحص القيم الجديدة ، ونحدد أكبر قيمة سالبة بينها ، وهى ـ٥١٣و. ولقد نتجت هذه القيمة من حاصل جميع قيم عمود المتغير ٤ . نحول هذه القيمة السالبة إلى موجبة ثم نقوم بتغيير إشارات القيم فى هذا العمود وصف المتغير ٤ المقابل له . ثم نحسب بقيه قيم الصف إما بالجمع الجبرى لقيم خلايا كل عمود أو بمضاعفة قيم صف المتغير ٤ وإضافة كل قيمة إلى القيمه المقابلة لها من الصف السابق إضافة جبرية . فالقيمة الأولى من الصف الجديد تساوى ١٩٩, × ٢ - ٠١٧, = ٢٨١, والقيمة الثانية تساوى ٠٣٢, × ٢ + ٢٢٦, = ٢٩٠, وهكذا بالنسبة لبقية القيم . ولمراجعة صحة العمليات

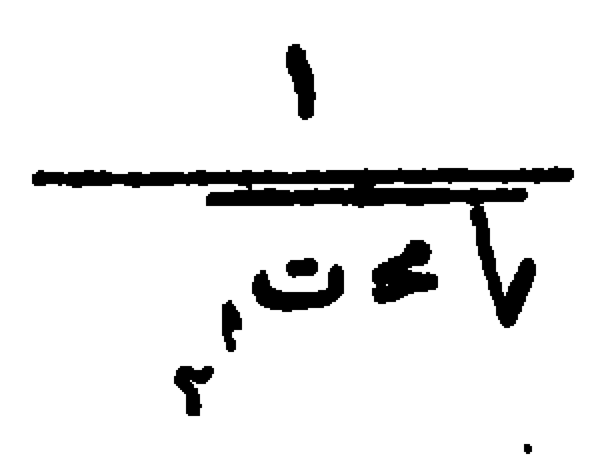
الحسابية . نقوم بحساب أربعة أمثال العدد ٠,٥١٣ أى ٠,٥١٣ × ٤ ثم نضيف الناتج اضافة جبرية الى حاصل جمع كل قيم الصف السابق ٠,١٠٦ أى ٢,٠٥٢ + ٠,١٠٦ = ٢,١٥٨ . وتساوى هذه القيمة حاصل جمع كل القيم الجديدة التى حصلنا عليها بعد تغيير اشارات عمود المتغير ٤ .

٤ - بعد التغيير الأخير نجد أنه مازال هناك قيم سالبة ، وعلى ذلك يجب تغييرها . والقيم التى نغير اشاراتها هنا هى قيم عمود المتغير ٦ وكذلك صف المتغير ٦ المقابل . ثم نوجد حاصل جمع كل عمود جمعا جبريا . ويمكن التأكد من صحة العمليات الحسابية بالطريقة التى سبق ذكرها .

٥ - نكرر عملية تغيير الإشارات هذه حتى يصبح حاصل جمع الأعمدة قيم صفرية أو موجبة .

ويلاحظ أنه فى كل مرة نغير فيها الإشارة نضع الإشارة الجديدة فوق السابقة لنتتبع عدد مرات تغيير الإشارات .

٦ - لحساب تشبع المتغيرات بالعامل الثانى ، نعيد تقدير الاشتراكيات بوضع أكبر معامل ارتباط فى العمود فى الخلايا القطرية بغض النظر عن اشارته . ثم نضيف قيم الاشتراكيات الجديدة الى حاصل الجمع فى الصف الأخير ، فنحصل على قيم الصف $ت_{٢}$. ثم نوجد حاصل جمع قيم الصف $ت_{٢}$ وهى التى نرمز لها بالرمز $مجـ ت_{٢}$. ثم نوجد مقلوب الجذر التربيعى للقيمة $مجـ ت_{٢}$ أى $\frac{١}{\sqrt{مجـ ت_{٢}}}$. ويمكن الحصول على تشبع كل متغير بالعامل المركزى الثانى بضرب كل قيمة من قيم الصف $ت_{٢}$ فى


$\frac{١}{\sqrt{مجـ ت_{٢}}}$

٧ - ثم ندخل تشبعات المتغيرات بالعامل الثانى فى العمود الثانى من مصفوفة العوامل . ونحدد اشارات التشبعات كما يلى :

(ا) تكون اشارة تشبع المتغير الذى غيرت اشارته مرة واحدة أو عددا فرديا من المرات ، عكس اشارة تشبعه بالعامل السابق .

(ب) تكون اشارة المتغير الذى لم تتغير اشارته أو الذى قد غيرت عددا زوجيا من المرات نفس أشارة تشبعه بالعامل السابق .

الخطوة الرابعة : حساب مصفوفة البواقى الثانية:

بعد حساب تشبعات المتغيرات بالعامل الثانى ، نوجد مصفوفة ارتباطات المتغيرات نتيجة تشبعاتها بالعامل الثانى لنحصل على الجدول (٢-٦) . وبطرح قيم هذه المصفوفة من قيم مصفوفة البواقى الأولى جدول (٢ — ٥) نحصل على مصفوفة البواقى الثانية المبينة بالجدول (٢ - ٧). ويلاحظ من مصفوفة البواقى الثانية أن حاصل الجمع الجبرى لكل عمود أوصف يجب أن يساوى قيما صفرية أو يقرب منها . ويمكن اعتبار هذه العملية عملية مراجعة . للتأكد من صحة اجراء العمليات الحسابية .

الجدول (٢ — ٦) : مصفوفة إرتباطات المتغيرات نتيجة العامل الثانى

		٣٧٩	,٣١٠	,٣٥٢	,٤٢٦	,٣٤٩	,٠٥٤
	المتغير	١	٢	٣	٤	٥	٦
,٣٧٩	١	(,١٤٤)	١١٧	,٠٩٦	,١٦١	,١٣٢	,٠٢٠
,٣١٠	٢	,١١٧	(,٠٩٦)	,٠٧٨	,١٣٢	,١٠٨	,٠١٧
,٢٥٣	٣	,٠٩٦	,٠٧٨	(,٠٦٤)	,١٠٨	,٠٨٨	,٠١٤
,٤٢٦	٤	,١٦١	,١٣٢	,١٠٨	(,١٨١)	,١٤٩	,٠٢٣
,٣٤٩	٥	,١٣٢	,١٠٨	,٠٨٨	,١٤٩	(,١٢٢)	,٠١٩
,٠٥٤	٦	,٠٢٠	,٠١٧	,٠١٤	,٠٢٣	,٠١٩	(,٠٠٣)

جدول (٢ — ٧) : مصفوفة البواقي الثانية

المتغير	١ *	٢ *	٣	٤	٥	٦ *	
١ *	(,٠٥٥) ,٠٦٦	±,١٠	±,٠٣٩	−,٠٣٨	±,٠٦٦	±,٠٢٨	,٠٠٦
٢ *	+,٠١٠	(,٠٤٨) ,٠٤٣	±,٠١١	±,١٠٠	−,٠٣٦	±,٠٤٣	,٠٠٦
٣	±,٠٢٩	±,٠١١	(,٠٥٧) ,٠٤٩	,٠١٣	,٠٢٣	±,٠٤٩	,٠٠٤
٤	−,٠٣٨	±,١٠٠	,٠١٣	(,٠٣٨) ,٠٣٨	,٠٢٦	−,٠٠١	,٠٠٦
٥	±,٠٦٦	−,٠٢٦	,٠٣٣	,٠٢٦	(,٠٦٣) ,٠٩٦	+,٠٩٦	,٠٠٦
٦ *	+,٠٢٨	±,٠٤٣	±,٠٤٩	−,٠٠١	±,٠٩٦	(,٠٧٤) ,٠٩٦	,٠٠١
	,٠٠٦	,٠٠٦	,٠٠٤	,٠٠٦	,٠٠٦	,٠٠١	
المجموع بدون إشتراكيات	−,٠٤٩	−,١٢٨	−,٠٥٣	−,٠١٢	−,٠٥٧	−,٠٧٣	= −٢,٨٦
المجموع بدون إشتراكيات بعد تغيير إشارات المتغير ٦	−,١٠٥	−,١٢٨	,٠٤٥	−,٠١٤	,١٢٥	,٠٧٣	= ,٠٠٦
المجموع بدون إشتراكيات بعد تغيير إشارات المتغير ٢	−,٠٨٥	,١٢٨	,٠٦٧	,١٨٦	,٠٦٣	,١٥٩	= ,٥١٨
المجموع بدون إشتراكيات بعد تغيير إشارات المتغير ١	,٠٨٥	,١٠٨	,١٤٥	,١١٠	,١٩٥	,٢١٥	= ,٨٥٨
المجموع بعد إضافة الإشتراكيات الجديدة $ت_{م}$	,١٥١	,١٥١	,١٩٤	,١٤٨	,٢٩١	,٣١١	مج $ت_{م}$ = ١,٢٤٦
تشبعات العامل الثالث	,١٣٧	,١٣٧	,١٧٥	,١٣٤	,٢٦٣	,٢٨١	$\frac{1}{\sqrt{مج\ ت_{م}}}$ = ,٩٠٤

الخطوة الخامسة: حساب تشبع المتغيرات بالعامل الثالث:

لإستخراج تشبع المتغيرات بالعامل الثالث، تتبع نفس العمليات التى أجريت على مصفوفة البواقى الأولى من تغيير للاشارات حتى يصبح حاصل جمع الأعمدة قيما صفرية أوموجبة. واضافة اشتراكيات جديدة ثم ايجاد حاصل الجمع لنحصل على قيم الصف $ت_{١ ٣}$ ثم جمع قيم الصف $ت_{١ ٣}$ لنحصل على القيمة مح $ت_{١ ٣}$. ونحصل على تشبع المتغيرات بالعامل الثالث بايجاد مقلوب الجذر التربيعى للقيمة مح $ت_{١ ٣}$ وضرب هذا المقلوب فى كل قيمة من قيم الصف $ت_{١ ٣}$.

وهكذا نكرر عملية حساب مصفوفة الإرتباطات ثم مصفوفة البواقى التى نتناولها بما ذكرناه من عمليات للحصول على تشبع المتغيرات. وتظهر هنا مشكلة الإنتهاء من استخلاص العوامل ذات الدلالة. ولقد تم وضع عدة محكات لتقرير ما اذ كان يمكننا الاستمرار فى استخراج العوامل أو الاكتفاء بما استخلصناه. ومن الجدير بالذكر أن هذه المحكات ليست دقيقة لأنها تقوم على أسس مختلفة مما قد يؤدى بها الى أدلة متضاربة. ويحسن إستخدام عدة محكات حتى نحصل على البيانات الكافية للحكم على مدى دلالة العوامل التى نستخلصها. ويحسن بنا أيضاً أن نستخلص من العوامل مايزيد عن الحد الأدنى الذى يتطلبه المحك: حيث تتحدد بالتدوير العوامل ذات الدلالة. فإذا بدأنا بتدوير عدد كبير من العوامل فإن بعضها سوف يصبح من البواقى حيث تقل تشبعاتها إلى قيم تتراوح بين ± ٢٠ر٠

الحد الأدنى من المتغيرات التى يتطلبها إستخلاص عدد م من العوامل المشتركة.

كخطوة فى معرفة عدد العوامل ذات الدلالة التى على الباحث أن يستخلصها من مصفوفة الارتباطات التى يحصل عليها أن يراعى عند تصميم

دراسته العاملية تناسب عدد المتغيرات التى تتضمها بطارية الاختبارات لعدد العوامل التى يهدف إليها . وتحدد المعادلة التالية الحد الأدنى من المتغيرات التى يمكن أن تؤدى إلى عدد محدد من العوامل المشتركة ، حيث توضح هذه المعادلة العلاقة بين عدد المتغيرات ن وعدد العوامل م .

$$ن = \frac{٢م + ١ + \sqrt{٨م + ١}}{٢}$$

يمكن باستخدام هذه المعادلة حساب عدد العوامل م المقابلة لعدد معين من المتغيرات ن كما يتضح من الجدول (٣ — ٨) .

جدول (٣ — ٨) : الحد الادنى من المتغيرات اللازمة لتحديد عدد م من العوامل المشتركة

عدد العوامل م	عدد المتغيرات ن
١	٣
٢	٥
٣	٦
٤	٨
٥	٩
٦	١٠
٧	١٢
٨	١٣
٩	١٤
١٠	١٥

ومن المرغوب فيه فى دراسات التحليل العاملى أن نزيد من عدد

المتغيرات عن الحد الأدنى اللازم لاستخلاص العوامل التى نهدف إليها . ولهذا تم وضع عدد من المحكات التقريبية لايقاف إستخلاص العوامل . ومن الملاحظ أنه لا يوجد ثمة محك دقيق ، إلا أن فاعليتها تقوم على خبرة الباحث .

١ — محك مويزر Mosier 's Criterion

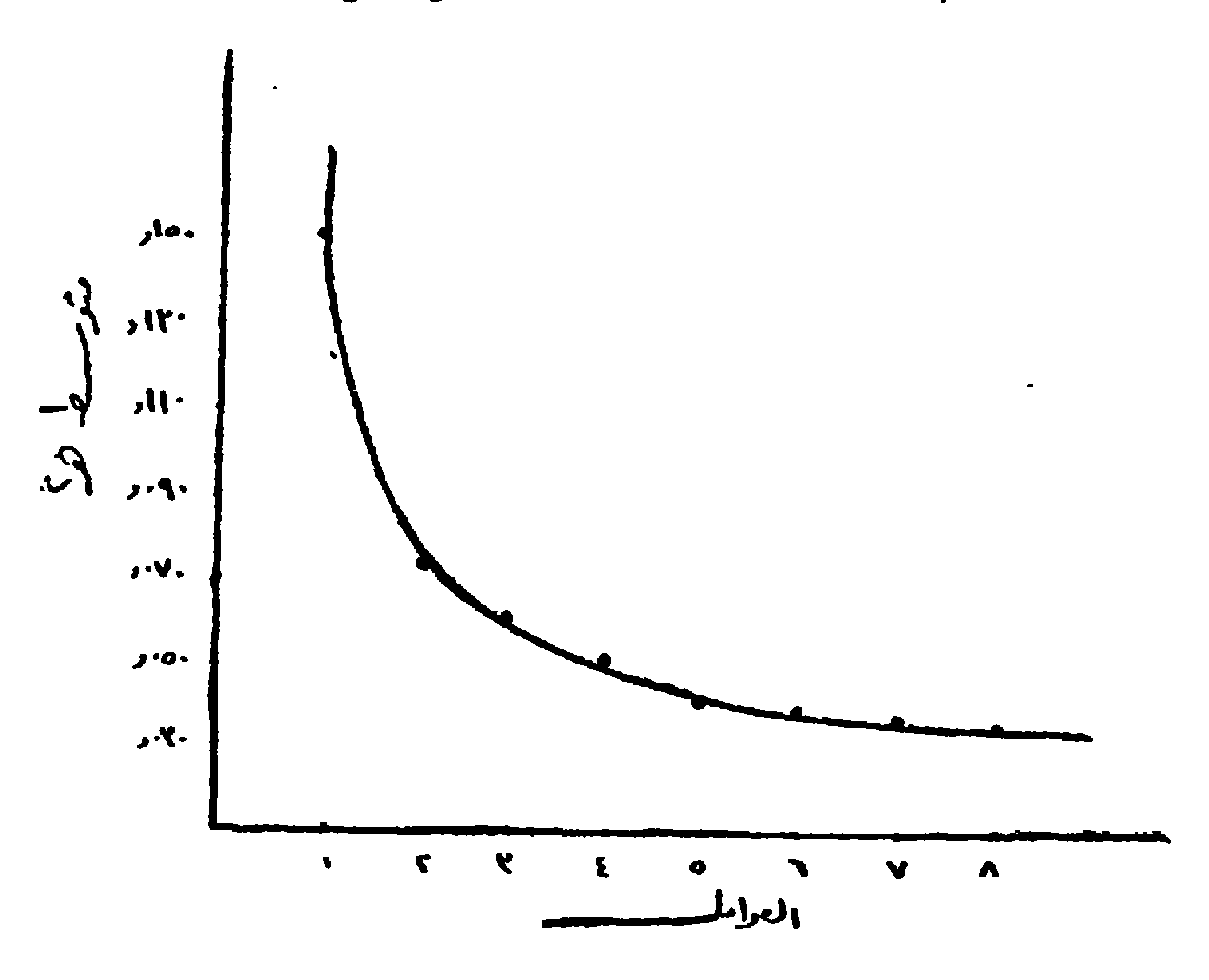
يقوم هذا المحك على تفرطح التباين الكلى للعوامل المتتالية ، وذلك بحساب متوسط هـ^2 لكل عامل ثم تمثيل العلاقة بين هـ^2 والعامل المقابل لها . فنحصل على خط بيانى يأخذ فى التفرطح حتى يصبح خطا مستقيما بزيادة عدد العوامل كما هو مبين بالشكل (٣ — ١) والذى يمثل العلاقة بين متوسط هـ^2 وعدد العوامل المقابلة لها المبينة بالجدول (٣ — ٩) ، كما وجدها المؤلف فى بحث له .

جدول (٣ — ٩) : متوسط هـ^2 والعوامل المقابلة لها

العامل	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
متوسط هـ^2	,١٤٩	,٠٧٢	,٠٦٤	.٠٥٠	,٠٤٣	,٠٤٠	,٠٣٨	,٠٣٥

يتضح من الجدول ومن الرسم البيانى أنه لا يحتمل إستخلاص أى عامل مشترك ذا دلالة بعد العامل الثامن .

شكل (٣ - ١) : العلاقة بين عدد العوامل ومتوسط هـ٢.



٢ — محك بيرت وبانكز Burt and Banks

استخدم بيرت وبانكز المعادلة التالية لتحديد الخطأ المعيارى للتشبع الصفرى . وبمقارنة عدد تشبعات العامل أو مضاعفات لهذا العدد التى يزيد مقدارها عن الخطأ المعيارى ، يمكن تحديد العوامل ذات الدلالة المنخفضة .

الخطأ المعيارى للتشبع الصفرى ، $\text{ر} = \dfrac{(1 - \text{ر}^2)\sqrt{\text{ه}}}{\sqrt{\text{ن}\,(\text{ه} - \text{ت} - 1)}}$

حيث ه = عدد الإختبارات

ت = رقم العامل

ن = عدد أفراد العينة التى طبقت عليها الإختبارات .

وبتطبيق هذا المحك على تشبع العوامل ٤، ٥، ٦ ، ٧ ، ٨ التى إستخلصها المؤلف فى بحثه ، حصل على البيانات المبينة بالجدول (٣ — ١٠).

جدول (٣ — ١٠) : عدد تشبع العوامل التى تزيد عن الخطأ المعيارى

	٤	٥	٦	٧	٨
الخطأ المعيارى للتشبع الصفرى	٠٨٣و	٠٨٤و	٠٨٤و	٠٨٦و	٠٨٧و
التشبعات التى تزيد عن الخطأ المعيارى	٢٨	٢٤	٢٤	٢٧	٢٦
التشبعات التى تزيد عن ضعف الخطأ المعيارى	٢٠	٢٠	١٧	١٥	١٥
التشبعات التى تزيد عن ثلاث أضعاف الخطأ المعيارى	١٠	١٠	١٠	٧	٩

٣ — محك فاى لتكر Tucker's phi :

وضع تكر قاعدة تنص على أنه إذا لم يوجد نقص ذو دلالة فى حجم القيم المتبقية من مصفوفة إلى آخرى ، فإن العامل الذى أستخلص يكون ذو دلالة . وتتم خطوات إستخدام هذا المحك فيما يلى :

١ — نجمع مصفوفة البواقى مع إهمال الإشارات مستخدما الإشتراكيات التى أعيد تقديرها .

٢ — نجمع كل القيم فى مصفوفة البواقى التالية مع إهمال الاشارات مستخدما الاشتراكيات المتبقية فى الخلايا القطرية .

٣ — نحصل على معامل فاى بقسمة القيمة التى حصلنا عليها فى الخطوة الثانية على القيمة التى حصلنا عليها فى الخطوة الأولى .

٤ — نحسب القيمة $\frac{ن - ١}{ن + ١}$ حيث ن تساوى عدد متغيرات المصفوفة .

ﻫ — إذا زاد معامل فاى عن $\frac{ن - ١}{ن + ١}$ فإن العوامل التى استخلصت تكون ذات دلالة .

وتتوقف صحة هذا المحك إلى حدما على قلب الاشارات ، وإذا لم يؤدى قلب الإشارات فى المصفوفة إلى أكبر قيمة موجبة من حاصل الجمع ، فإن زيادة معامل فاى عن القيمة $\frac{ن - ١}{ن + ١}$ تتسم بالتذبذب . ويتضمن هذا المحك أيضاً عمليات حسابية كثيرة .

٤ — قاعدة همفرى Humphrey's Rule

تقوم هذه القاعدة على أساس حجم العينة ن ، وتشبع متغيرين فقط دون المصفوفة كلها . ويتم إستخدام هذا المحك بالخطوات التالية :

١ — نوجد حاصل ضرب أكبر تشبعين فى أى عمود من أعمدة مصفوفة العوامل المركزية .

٢ — نوجد الخطأ المعيارى لمعامل الإرتباط الصفرى الخاص بنوع معامل الارتباط المستخدم وكذلك العينة المستخدمة .

٣ — فإذا لم يزيد الناتج من الخطوة الأولى عن ضعف الخطأ المعيارى الناتج من الخطوة الثانية ، فانه يحتمل أن يكون العامل غير ذى دلالة . وتفيد هذه القاعدة فى العينات الكبيرة جدا .

٥ — محك كومب Coomb

ينطبق هذا المحك فقط على المصفوفات التى تحتوى على قيم موجبة أو صفرية . ويسمح بالقيم السالبة الصغيرة ، التى لاتختلف إختلافا واضحا عن

الصفر . ويقوم هذا المحك على أنه إذا وجدت عوامل ذات دلالة متبقية فى مصفوفة البواقى ، فيجب ألا تحتوى على قيم سالبة بعدقلب الاشارات، أكثر مما نتوقعه نتيجة الصدفة . وهنا نوجد عدد القيم السالبة المتبقية فى مصفوفة البواقى بعد قلب الاشارات . فاذا لم يختلف هذا العدد إختلافا ذى دلالة عن قيمة « س » المبينة فى الجدول (٣ - ١١) المقابلة لعدد معين من المتغيرات ، فاننا نكون قد إستخلصنا عددا كافيا من العوامل .

جدول (٣ — ١١) القيم الحرجة لمحك كومب وأخطائها المعيارية لعدد من المتغيرات من ١٠ — ٥٠ .

ن	٪	س	$\sigma_{س}$	ن	٪	س	$\sigma_{س}$	ن	٪	س	$\sigma_{س}$
١٠	٣٤,٣	٣١	٥	٢٥	٤٠,٤	٢٤٢	١٢	٤٠	٤٢,٣	٦٦٠	٢٠
١١	٣٥,٤	٣٩	٥	٢٦	٤٠,٥	٢٦٣	١٣	٤١	٤٢,٤	٦٩٥	٢٠
١٢	٣٦,٢	٤٨	٦	٢٧	٤٠,٧	٢٨٦	١٣	٤٢	٤٢,٥	٧٣٢	٢١
١٣	٣٦,٨	٥٧	٦	٢٨	٤٠,٨	٣٠٨	١٤	٤٣	٤٢,٦	٧٦٩	٢١
١٤	٢٧,٣	٦٨	٧	٢٩	٤١,٠	٣٣٣	١٤	٤٤	٤٢,٧	٨٠٨	٢٢
١٥	٣٧,٨	٧٩	٧	٣٠	٤١,١	٣٥٨	١٥	٤٥	٤٢,٨	٨٤٧	٢٢
١٦	٣٨,٢	٩٢	٨	٣١	٤١,٣	٣٨٤	١٥	٤٦	٤٢,٩	٨٨٨	٢٣
١٧	٣٨,٥	١٠٥	٨	٣٢	٤١,٤	٤١١	١٦	٤٧	٤٣,٠	٩٣٠	٢٣
١٨	٣٨,٨	١١٩	٩	٣٣	٤١,٥	٤٣٨	١٦	٤٨	٤٣,١	٩٧٢	٢٤
١٩	٣٩,١	١٣٤	٩	٣٤	٤١,٧	٤٦٨	١٧	٤٩	٤٣,٢	١٠١٦	٢٤
٢٠	٣٩,٣	١٤٩	١٠	٣٥	٤١,٨	٤٩٧	١٧	٥٠	٤٣,٣	١٠٦١	٢٥
٢١	٣٩,٥	١٦٦	١٠	٣٦	٤١,٩	٥٢٨	١٨				
٢٢	٣٩,٨	١٨٤	١١	٣٧	٤٢,٠	٥٥٩	١٨				
٢٣	٤٠,٠	٢٠٢	١١	٣٨	٤٢,١	٥٩٢	١٩				
٢٤	٤٠,٢	٢٢٢	١٢	٣٩	٤٢,٢	٦٢٥	١٩				

ن = عدد المتغيرات .

٪ = النسبة المئوية للقيم السالبة فى مصفوفة البواقى بعد تغيير الاشارات .

س = عدد القيم السالبة فى مصفوفة البواقى بعد تغيير الاشارات .

σ س = الخطأ المعيارى لعدد القيم السالبة س .

الفصل ٤

طريقة المكونات الأساسية

The Prinoipal Gomponents Method

تقوم هذه الطريقة على وضع المحور الأول بحيث يشمل أقصى قدر ممكن من تباين توزيع الدرجات ، ثم يوضع المحور الثانى متعامدا على المحور الأول بحيث يشمل أقصى قدر من التباين المتبقى ، ثم يوضع المحور الثالث متعامدا على كل من المحور الأول والثانى حتى يشمل أقصى قدر ممكن من التباين المتبقى بعد إستبعاد تباين كل من المحور الأول والثانى . ويجب الإستمرار فى عملية إستخلاص العوامل حتى نصل إلى عدد منها يمكننا من حساب الدرجات الأصلية بدرجة مرضية . ومن الملاحظ أن التحليل الكامل بهذه الطريقة يؤدى إلى فصل عدد من العوامل بقدر مايستخدم من إختبارات . وعلى أى حال، فمعظم العوامل التى نستخلصها بطريقة المكونات الأساسية عوامل خاصة ولا تقارن بعوامل الطريقة المركزية أو أى طريقة من طرق العوامل المشتركة . ولكن العوامل المشتركة الهامة لاتختلف كثيرا فى عددها عما نستخلصه بطرق العوامل المشتركة . ويقرر طومسون Thomson وفروشتر Fruchter أن طريقة المكونات الأساسية تؤدى إلى تشبعات دقيقة . ويشير طومسون إلى أنها طريقة تقوم على تحليل التباين كله بخـــلاف طرق العوامل المشتركة ، وعلى ذلك تؤدى إلى حساب الإرتباطات بدرجة أقل دقة ، بينما يمكن حساب الدرجات الأصلية بدرجة أكثر دقة . وتؤدى طرق العوامل المشتركة إلى حساب الأرتباطات بدرجة أفضل لكنها تؤدى إلى حساب الدرجات الأصلية بدرجة أقل دقة ، وذلك لأنها تستبعد عن قصد العوامل الخاصة . ويقرر ميككلوى McCloy

ومثناى Metheny وكنوت Knott من مقارنتهم لطريقة ثرستون للعوامل المتعددةبطريقة هو تيلنج ، أن الطريقتين على درجة متساوية من الدقةعندما نستخدم الإشتراكيات الحقيقيةفىالخلايا القطرية . وبالرغم من أن ثرستون يستخدم الطريقة المركزية لأنها أسرع فى استخلاص العوامل إلا أنه يفضل طريقة المكونات الأساسية مستخدما عوامل الثبات . ويشير ولفل wolfle إلى أن طريقة هو تيلنج يمكن أن تعطى نتائج ذات دلالات نفسية أفضل ، باستخدام الإشتراكيات بدلا من عوامل الثبات وبتدوير المحاور بالطريقة التى يتبعها ثرستون .

وتستخدم فى طريقة هو تيلنج الوحدات فى الخلايا القطرية وبهذا نأخذ فى الإعتبار العوامل الخاصة . ويمكن أن نستخدم أيضا عوامل الثبات . ويتم إستخلاص العوامل بطريقة المكونات الأساسيه فى الخطوات التالية :

١ — نضع وحدات فى الخلايا القطرية ثم نأخذ فى تخمين قيم تتناسب مع التشبع بالمكون الأول . وعمليا يمكن إستخدام أى تخمين ، لكن من الملاحظ أن التخمين غير الجيد يطيل من العمليات الحسابية . نوجد حاصل جمع كل عمود بما فى ذلك الوحدات الموجودة فى الخلايا القطرية . ثم نقسم قيمة حاصل الجمع فى كل عمود على أكبر قيمة فى صف حواصل الجمع وهى ٢,٦٨٥ . وبقسمة حاصل جمع العمود الأول ٢,٤٥٧ على ٢,٦٨٥ نحصل على القيمة ,٩ ، وبقسمة حاصل جمع العمود الثانى ٢,٦٨٥ على ٢,٦٨٥ نحصل على القيمة ١ وهكذا نحصل على بقية الأعـــداد المخمنة Guessed Numbers كما هو مبين فى الجدول (٤ — ١) .

٢ — بعد الحصول على الأعداد المخمنة ، نوجد حاصل ضرب كل عـــدد فى قيم الصف الذى يقع أمامه فنحصل على المصفوفة المبينة فى الجدول (٤ — ٢) .

جدول(٤-١):مصفوفة الإرتباطات الأصلية والأعداد المخمنة الأولى.

المتغير	١	٢	٣	٤	٥	٦	العدد المخمن الأول
١	(١٫٠٠٠)	٫٥٠٣	٫٤٤٠	٫١١٠	٫١٩٣	٫٢١١	٫٩
٢	٫٥٠٣	(١٫٠٠٠)	٫٤٥٩	٫٣١٣	٫١٤٥	٫٢٢٩	١٫٠٠
٣	٫٤٤٠	٫٤٩٥	(١٫٠٠٠)	٫٢١٣	٫١٥٨	٫٣١٥	١٫٠٠
٤	٫١١٠	٫٣١٣	٫٢١٣	(١٫٠٠٠)	٫٤١٠	٫٢٤٠	٫٨
٥	٫١٩٣	٫١٤٥	٫١٥٨	٫٤١٠	(١٫٠٠٠)	٫١١٢	٫٧
٦	٫٢١١	٫٢٢٩	٫٣١٥	٫٢٥٠	٫١١٢	(١٫٠٠٠)	٫٧
	٢٫٤٥٧	٢٫٥٨٥	٢٫٦٢١	٢٫٢٩٦	٢٫٠١٨	٢٫١١٧	
	٫٩	١٫٠٠	١٫٠٠	٫٨	٫٧	٫٧	

جدول (٤—٢) : مصفوفة الإرتباطات الناتجة بضرب الأعداد المخمنة الأولى فى قيم الصفوف المقابلة لها من مصفوفة الإرتباطات الأصلية.

المتغير	١	٢	٣	٤	٥	٦	العدد المخمن الثانى
١	٫٩٠٠	٫٤٥٣	٫٣٩٦	٫٠٩٩	٫١٧٤	٫١٩٠	٫٩٠
٢	٫٥٠٣	١٫٠٠٠	٫٤٩٥	٫٣١٣	٫١٤٥	٫٢٢٩	١٫٠٠
٣	٫٤٤٠	٫٤٩٥	١٫٠٠٠	٫٢١٣	٫١٥٨	٫٣١٥	٫٩٧
٤	٫٠٨٨	٫٢٥٠	٫١٧٠	٫٨٠٠	٫٣٢٨	٫٢٠٠	٫٧٧
٥	٫١٣٥	٫١٠٢	٫١١١	٫٢٨٧	٫٧٠٠	٫٠٧٨	٫٦٤
٦	٫١٤٨	٫١٦٠	٫٢٢١	٫١٧٥	٫٠٧٨	٫٧٠٠	٫٧٠
	٢٫٢٢٤	٢٫٤٦٠	٢٫٣٩٣	١٫٨٨٧	١٫٥٨٣	١٫٧١٢	
	٫٩٠	١٫٠٠	٫٩٧	٫٧٧	٫٦٤	٫٧٠	

٣ — نوجد حاصل جمع كل عمود بما فى ذلك الخلايا القطرية التى تختلف فى هذه المصفوفة عن الوحدات التى أدخلناها فى المصفوفة الأولى ثم نوجد خارج قسمة حاصل جمع كل عمود على أكبر قيمة من قيم حواصل الجمع فنحصل على الأعداد المخمنة الثانية المبينة بالجدول (٤ — ٢) .

٤ — نوجد حاصل ضرب كل عدد مخمن فى قيم الصف المقابل له من مصفوفة الإرتباطات الأصلية المبينة بالجدول (٤ — ١) فنحصل على الجدول (٤ — ٣) .

٥ — نوجد حاصل جمع كل عمود من أعمدة الجدول (٤ — ٣) ثم بقسمة قيمة كل عمود على أكبر قيمة بين حاصل جمع الأعمدة فنحصل على أعداد مخمنة ثالثة . وهكذا نكرر العملية إلى أن نصل الى تقارب الاعداد المخمنة فى مصفوفتين متتاليتين تقاربا كافيا يتناسب والدقة التى يريدها الباحث .

جدول (٤ — ٣) : مصفوفة الإرتباطات الناتجة من حاصل ضرب الأعداد المخمنة الثانية فى قيم الصفوف المقابلة لها من مصفوفة الإرتباطات الأصلية .

المتغير	١	٢	٣	٤	٥	٦	العدد المخمن الثالث
١	٫٩٠٠	٫٤٥٣	٫٣٩٦	٫٠٩٩	٫٢٧٤	٫١٩٠	٫٩٠٠
٢	٫٥٠٣	١٫٠٠٠	٫٤٩٥	٫٣١٣	٫١٤٥	٫٢٢٩	١٫٠٠٠
٣	٫٤٢٧	٤٨٠	٫٩٧٠	٫٢٠٧	٫١٥٣	٫٣٠٦	٫٩٦٧
٤	٫٠٨٥	٫٢٤١	٫١٦٤	٫٧٧٠	٫٣١٦	٫١٩٣	٫٧٥٢
٥	٫١٢٤	٫٠٩٣	٫١٠١	٫٢٦٢	٫٦٤٠	٫٠٧٢	٫٦٢١
٦	٫١٤٨	٫١٦٠	٫٢٢١	٫١٧٥	٫٠٨٧	٫٧٠٠	٫٦٩٦
	٢٫١٨٧	٢٫٤٢٧	٢٫٣٤٧	١٫٨٢٦	١٫٥٠٦	١٫٦٩٠	

جدول (٤—٤) : مصفوفة الإرتباطات الناتجة من حاصل ضرب الأعداد المخمنة الثالثة فى قيم الصفوف المقابلة لها من مصفوفة الإرتباطات الاصلية

رقم	١	٢	٣	٤	٥	٦	العدد المخمن الرابع
١	٫٩٠٠	٫٤٥٣	٫٣٩٦	٫٠٩٩	٫١٧٤	٫١٩٠	٫٩٠٠١
٢	٫٥٠٣	١٫٠٠٠	٫٤٩٥	٫٣١٣	٫١٤٥	٫٢٢٩	١٫٠٠٠٠
٣	٫٤٢٥	٫٤٧٩	٫٩٦٧	٫٢٠٦	٫١٥٣	٫٣٠٥	٫٩٦٦٥
٤	٫٠٨٣	٫٢٣٥	٫١٦٠	٫٧٥٢	٫٣٠٨	٫١٨٨	٫٧٤٤٦
٥	٫١٢٠	٫٠٩٠	٫٠٩٨	٫٢٥٥	٫٦٢١	٫٠٧٠	٫٦١٢٠
٦	٫١٤٧	٫١٥٩	٫٢١٩	٫١٧٤	٫٠٧٨	٫٦٩٦	٫٦٩٤٥
	٢٫١٧٨	٢٫٤١٦	٢٫٣٣٥	١٫٧٩٩	١٫٤٧٩	١٫٦٧٨	

جدول (٤ — ٥) : مصفوفة الإرتباطات الناتجة من حاصل ضرب الأعداد المخمنة الرابعة فى قيم الصفوف المقابلة لها من مصفوفة الارتباطات لأصلية .

	١	٢	٣	٤	٥	٦	العدد المخمن الخامس
١	و٩٠٠١٠٠٠	و٤٠٢٧٥٠٣	و٣٩٦٠٤٤٠	و٠٩٩٠١١٠	و١٧٢٧١٩٣	و١٨٩٩٢١١	و٩٠٠١٨
٢	و٥٠٣٠٠٠٠	١و٠٠٠٠٠٠٠	و٤٩٥٠٠٠٠	و٣١٣٠٠٠٠	و١٤٥٠٠٠٠	و٢٢٩٠٠٠٠	١و٠٠٠٠
٣	و٤٢٥٢٦٠٠	و٤٧٨٤١٧٥	و٩٦٦٥٠٠٠	و٢٠٥٨٦٤٥	و١٥٢٧٠٧٠	و٣٠٤٤٤٧٥	و٩٦٦٦٧
٤	و٠٨١٩٠٦٠	و٢٣٣٠٥٩٨	و١٥٨٥٩٩٨	و٧٤٤٦٠٠٠	و٣٠٥٢٨٦٠	و١٨٦١٥٠٠	و٧٤٠٨٨
٥	و١١٨١١٦٠	و٠٨٨٧٤٠٠	و٠٩٦٦٩٦٠	و٢٥٠٩٢٠٠	و٦١٢٠٠٠٠	و٠٦٨٥٤٤٠	و٦٠٨٠٠
٦	و١٤٦٥٣٩٥	و١٥٩٠٤٠٥	و٢١٨٧٦٧٥	و١٧٣٦٢٥٠	و٠٧٧٧٨٤٠	و٦٩٤٥٠٠٠	و٦٩٣٤٣
	٢و١٧٤٩٢١٥	٢و٤١٢٠٠٨١	٢و٢٣١٦٠٧٣	١و٧٨٧٠٢٠٥	و٤٦٦٦٤٩٦٣	١و٦٧٢٥٦٢٦	

جدول (٤ — ٦) : مصفوفة الإرتباطات الناتجة من حاصل ضرب الأعداد المخمنة الخامسة فى قيم الصفوف المقابلة لها من مصفوفة الإرتباطات الأصلية

المتغير	١	٢	٣	٤	٥	٦	العدد المخمن السادس
١	,٩٠٠١٨٠٠٠	,٤٥٢٧٩٠٥٤	,٣٩٦٠٧٩٢٠	,٠٩٩٠١٩٨٠	,١٧٣٧٢٤٧٤	,١٨٩٩٣٧٩٨	,٩٠٠١٨٨
٢	,٥٠٣٠٠٠٠٠	١,٠٠٠٠٠٠٠٠	,٤٩٥٠٠٠٠٠	,٣١٣٠٠٠٠٠	,١٤٥٠٠٠٠٠	,٢٢٩٠٠٠٠٠	١,٠٠٠٠٠٠
٣	,٤٢٥٣٣٤٨٠	,٤٧٨٥٠١٦٥	,٩٦٦٦٧٠٠٠	,٢٠٥٩٠٠٧١	,١٥٢٧٢٣٨٦	,٣٠٤٥٠١٠٥	,٩٦٦٧٦٩
٤	,٠٨١٤٩٦٨٠	,٢٣١٨٩٥٤٤	,١٥٧٨٠٧٤٤	,٧٤٠٨٨٠٠٠	,٣٠٣٧٦٠٨٠	,١٨٥٢٣٠٠٠	,٧٣٩١٤٢
٥	,١١٧٣٤٤٠٠	,٠٨٨١٦٠٠٠	,٠٩٦٠٦٤٠٠	,٢٤٩٢٨٠٠٠	,٦٠٨٠٠٠٠٠	,٠٦٨٠٩٦٠٠	,٦٠٦٠٩٨
٦	,١٤٦٣١٣٧٣	,١٥٨٧٩٥٤٧	,٢١٨٤٣٠٤٥	,١٧٣٣٥٧٥٠	,٠٧٧٥٦٤١٦	,٦٩٣٤٣٠٠٠	,٦٩٢٩٨٢
	٢,١٧٣٦٦٩٣٣	٢,٤١٠١٤٣١٠	٢,٣٣٠٠٥١٠٩	١,٧٨١٤٣٨٠١	١,٤٦٠٧٨٣٥٦	١,٦٧٠١٨٥٠٣	

نلاحظ من جدول (٤ — ٥) ، وجدول (٤ — ٦) أن الأعداد المخمنة الخامسةوالسادسةقريبة من بعضها كما يتضح من الجدول (٤—٧) .

جدول (٤—٧) : الأعداد المخمنة الخامسة والسادسة .

العدد المخمن الخامس	العدد المخمن السادس
,٩٠٠١٨	,٩٠٠١٨٨
١,٠٠٠٠٠	١,٠٠٠ ٠٠٠
,٩٦٦٦٧	,٩٦٦٧٦٩
,٧٤٠٨٨	,٧٣٩١٤٢
,٦٠٨٠٠	,٦٠٦٠٩٨
,٦٩٣٤٣	,٦٩٢٩٨٢

ولحساب تشبعات المتغيرات بالمكون الأساس الأول تتبع الخطوات التالية :

١ — نوجد مربع الأعداد المخمنة النهائيه كما يتضح من الجدول(٤-٨)-

جدول (٤ — ٨) : مربعات الأعداد المخمنة النهائية :

العدد المخمن المقرب	مربع العدد المخمن
٩٠٠و	٨١٠٠٠٠و
١و٠٠٠	١و٠٠٠٠٠٠
٩٦٧و	٩٣٥٠٨٩و
٧٣٩و	٥٤٦١٢٧و
٦٠٦و	٣٦٧٢٣٦و
٦٩٣و	٤٨٠٢٤٩و

٢ — نوجد حاصل جمع مربعات الأعداد ونقرب الناتج إلى ثلاث أرقام عشرية فنحصل على القيمة ٤و١٣٩ ٠

٣ — نوجد الجذر التربيعى للقيمة ٤و١٣٩ حيث يساوى ٢و٠٣٤٤

٤ — نوجد الجذر التربيعى للجذر الكامن الأول latent Root للمصفوفة الأصلية وهو يساوى أكبر قيمة من قيم حواصل جميع الأعمدة فى المصفوفة النهائية أى العدد ٢و٤١٠١٤٣١٠ من الجدول (٤—٦) والجذر التربيعى لهذا العدد بعد تقريبه يساوى ١و٥٥٢٤ ٠

٥ — نوجد تشبع المتغير الأول بالمكون الأساس الأول ، بقسمة العدد المخمن للاختبار الأول على الجذر التربيعى لمجموع مربعات الأعداد المخمنة وبضرب الناتج فى الجذر التربيعى للجذر الكامن الاول أى أن :

$$\text{تشبع الإختبار الاول} = \frac{٩٠٠١٨٨و}{٢,٠٣٤٤} \times ١,٥٥٢٤ = ٦٨٧و$$

تشبع الإختبار الثانى $= \frac{١,٠٠٠٠٠٠}{٢,٠٣٤٤} \times ١,٥٥٢٤ = ,٧٦٣$

تشبع الإختبار الثالث $= \frac{,٩٦٦٧٦٩}{٢,٠٣٤٤} \times ١,٥٥٢٤ = ,٧٣٨$

تشبع الإختبار الرابع $= \frac{,٧٣٩١٤٢}{٢,٠٣٤٤} \times ١,٥٥٢٤ = ,٥٦٤$

تشبع الإختبار الخامس $= \frac{,٦٠٦٠٩٨}{٢,٠٣٤٤} \times ١,٥٥٢٤ = ,٤٦٢$

تشبع الإختبار السادس $= \frac{,٦٩٢٩٨٢}{٢,٠٣٤٤} \times ١,٥٥٢٤ = ,٥٢٩$

ومن الملاحظ أن مجموع مربعات هذه التشبعات يجب أن تساوى الجذر الكامن ٢,٤١٠ ·

ولحساب تشبع الإختبارات بالمكون الاساس الثانى تتبع الخطوات التالية:

١ — نوجد مصفوفة الإرتباطات نتيجة تشبع المتغيرات بالمكون الاساس الاول كما فى الطريقة المركزية لثرستون ، كما هو واضح من المصفوفة المبينة بالجدول (٤—٩) ·

جدول (٤ — ٩) : مصفوفة الإرتباطات الناتجة من تشبعات المتغيرات بالمكون الأساسى الأول :

		٫٦٨٧	٫٧٦٣	٫٧٣٨	٫٥٦٤	٫٤٦٢	٫٥٢٩
		١	٢	٣	٤	٥	٦
٫٦٨٧	١	٫٤٧٢	٫٥٢٤	٫٥٠٧	٫٣٨٧	٫٣١٧	٫٣٦٣
٫٧٦٣	٢	٫٥٢٤	٫٥٨٢	٫٥٦٣	٫٤٣٠	٫٣٥٣	٫٤٠٤
٫٧٣٨	٣	٫٥٠٧	٫٥٦٣	٫٥٤٥	٤١٦	٫٣٤١	٫٣٩٠
٫٥٦٤	٤	٫٣٨٧	٫٤٣٠	٫٤١٦	٫٣١٨	٫٢٦١	٫٢٩٨
٫٤٦٢	٥	٫٣١٧	٫٣٥٣	٫٣٤١	٫٢٦١	٫٢١٣	٫٢٤٤
٫٢٥٩	٦	٫٣٦٣	٫٤٠٤	٫٣٩٠	٫٢٩٨	٫٢٤٤	٫٢٨٠

٢ — نطرح قيم مصفوفة الإرتباطات نتيجة المكون الاساس الاول من قيم مصفوفه الإرتباطات الاصلية فنحصل على مصفوفة البواقى الاولى المبينة بالجدول (٤ — ١٠) .

جدول (٤ — ١٠) : مصفوفة البواقى الأولى

المتغير	١	٢	٣	٤	٥	٦	العدد المخمن الأول
١	٥٢٨و	- ٠٢١و	- ٢٦٥و	- ٢٧٧و	- ١٢٤و	- ١٥٢و	٩و
٢	- ٠٢١و	٤١٨	- ٠٦٨و	- ١١٧و	- ٢٠٨و	- ١٧٥و	٥و
٣	- ٢٦٥و	- ٠٦٨	٤٥٥و	- ٢٠٣و	- ١٨٣و	- ١٧٥و	١٠٠
٤	- ٢٧٧و	- ١١٧و	- ٢٠٣و	٦٨٢و	١٤٩و	- ٤٠٨و	- ٥و
٥	- ١٢٤و	- ٢٠٨و	- ١٨٣و	١٤٩و	٧٨٧و	- ١٣٢و	- ٩و
٦	- ١٥٢و	- ١٧٥و	- ٠٧٥و	- ٠٤٨و	- ١٣٢و	٧٢٠و	- ٤و
	- ٣١١و	- ١٧١و	- ٣٣٩و	١٨٦و	٢٨٩و	١٣٨و	

٣ — نوجد حاصل الجمع الجبرى لكل عمود فى مصفوفة البواقى الاولى ، ثم نقسم كل قيمة من قيم حاصل الجمع أى العدد ٣٣٩و وبذلك نحصل على الاعداد المخمنة الاولى .

٤ — ولحساب الاعداد المخمنة الثانيه نوجد حاصل ضرب كل قيمةمن قيم الاعدادالمخمنةالاولى فىقيم الصف المقابل لها من مصفوفةالبواقىالاولى فنحصل على مصفوفة جديدة كما فى الجدول (٤ — ١١) حيث نستخرج منها الاعداد المخمنة الثانية .ومن الملاحظأن الأعداد المخمنة الثانية تختلف إختلافا واضحا عن الاعدادالمخمنة الاولى. ولذلك لابد من إستخراج أعدادمخمنة ثالثة بضرب كل قيمه من قيم الاعداد المخمنة الثانية فى قيم الصف المقابل لها من مصفوفة البواقى الاولىفنحصل على المصفوفهالمبينة بالجدول (٤ — ١٢) .

جدول(٤ — ١١) : المصفوفة الناتجة من ضرب الأعداد المخمنة الأولى في مصفوفة البواقي الأولى

المتغير	١	٢	٣	٤	٥	٦	العدد المخمن الثاني
١	,٤٧٥	-,٠١٩	-,٢٣٩	-,٢٤٩	-,١١٢	-,١٣٧	-,٤٥
٢	-,٠١١	,٢٠٩	-,٠٣٤	-,٠٥٩	-,١٠٤	-,٠٨٨	-,٣٩
٣	-,٢٦٥	-,٠٦٨	,٤٥٥	-,٢٠٣	-,١٨٣	-,٠٧٥	-,٤٢
٤	,١٣٩	,٠٥٩	,١٠٢	-,٣٤١	-,٠٧٥	-,٠٢٤	,٨٦
٥	,١١٢	,١٨٧	,١٦٥	-,١٣٤	-,٧٠٨	,١١٩	١,٠٠
٦	,٠٦١	,٠٧٠	,٠٣٠	,٠١٩	,٠٥٣	-,٣٢٨	,٤٣
	,٤١١	,٤٣٨	,٤٧٩	-,٩٦٧	-,١٢٩	-,٤٨٥	

جدول (٤ — ١٢) : المصفوفه الناتجة من ضرب الأعدا المخمنة الثانية في مصفوفة البواقي الأولى

المتغير	١	٢	٣	٤	٥	٦	العدد المخمن الثالث
١	-,٢٣٨	,٠٠٩	,١١٩	,١٢٥	,٠٥٦	,٠٦٨	-,٥٠٩
٢	,٠٠٨	-,١٦٣	,٢٠٧	,٠٤٦	,٠٨١	,٠٦٨	-,٤٧٥
٣	,١١١	,٠٢٩	-,١٩١	,٠٨٥	,٠٧٧	,٠٣٢	-,٤٠٦
٤	-,٢٣٨	-,١٠١	-,١٧٥	,٥٨٧	,١٢٨	-,٠٤١	,٩٠٦
٥	-,١٢٤	-,٢٠٨	-,١٨٣	,١٤٩	,٧٨٧	-,١٣٢	١,٠٠٠
٦	-,٠٦٥	-,٠٧٥	-,٠٣٢	-,٠٢١	-,٠٥٧	,٣١٠	,٢٨٥
	-,٥٤٦	-,٥٠٩	-,٤٣٥	,٩٧١	١,٠٧٢	,٣٠٥	

٥ — يتضح من جدول (٤ — ١١) ، وجدول (٤ — ١٢) أن الأعداد المخمنة الثانية تختلف إختلافا واضحا عن الأعداد المخمنة الثالثة ولذلك يلزم استخراج أعداد مخمنة رابعة . وهكذا نكرر العملية إلى أن نصل إلى تقارب الأعداد المخمنة فى مصفوفتين متتاليتين قربا كافيا .

جدول (٤—١٣) : المصفوفة الناتجة من ضرب الأعداد المخمنة الثالثة فى مصفوفة البواقى الأولى

[illegible]	١	٢	٣	٤	٥	٦	العدد المخمن الرابع
١	−٫٢٦٩	٫٠١١	٫١٣٥	٫١٤١	٫٠٦٣	٫٠٧٧	−٫٥٠٨٠
٢	٫٠١٠	−٫١٩٩	٫٠٣٢	٫٠٥٦	٫٠٩٩	٫٠٨٣	−٫٤٦٧٩
٣	٫١٠٨	٫٠٢٨	−٫١٨٥	٫٠٨٢	٫٠٧٤	٫٠٣٠	−٫٣٦٢٥
٤	−٫٢٥١	−٫١٠٦	−٫١٨٤	٫٦١٨	٫١٣٥	−٫٠٤٣	٫٩١٧٩
٥	−٫١٢٤	−٫٢٠٨	−٫١٨٣	٫١٤٩	٫٧٨٧	−٫١٣٢	١٫٠٠٠٠
٦	−٫٠٤٣	−٫٠٥٠	−٫٠٢١	−٫٠١٤	−٫٠٣٨	٫٢٠٥	٫١٩٦٤
	−٫٥٦٩	−٫٥٢٤	−٫٤٠٦	١٫٠٢٨	١٫١٢٠	٫٢٢٠	

جدول (٤ — ١٤): المصفوفة الناتجة من ضرب الأعداد المخمنة الرابعة في مصفوفة البواقي الأولى

العنصر	١	٢	٣	٤	٥	٦	العدد المخمن الخامس
١	—٢٦٨و	٠١١و	١٣٥و	١٤١و	٠٦٣و	٠٧٧و	—٥٠٨٩٠و
٢	٠١٠و	—١٩٦و	٠٣٢و	٠٥٥و	٠٩٧و	٠٨٢و	—٤٥٢٨٥و
٣	٠٩٦و	٠٢٥و	—١٦٥و	٠٧٤و	٠٦٦و	٠٢٧و	—٣٣٩٨٦و
٤	—٢٥٤و	—١٠٧و	—١٨٦و	٦٢٦و	١٣٧و	—٠٤٤و	٩٢١٧١و
٥	—١٢٤و	—٢٠٨و	—١٨٣و	١٤٩و	٧٨٧و	—١٣٢و	١و٠٠٠٠٠
٦	—٠٣٠و	—٠٣٤و	—٠١٥و	—٠٠٩و	—٠٢٦و	١٤١و	١٣٤٣٤و
	—٥٧٠و	—٥٠٩و	—٣٨٢و	١و٠٣٦	١و١٢٤	١٥١و	

جدول (٤ — ١٥): مصفوفة الناتجة من ضرب الأعداد المخمنة الخامسة في مصفوفة البواقي الأولى

العنصر	١	٢	٣	٤	٥	٦	العدد المخمن السادس
١	—٢٦٩و	٠١١و	١٣٥و	١٤١و	٠٦٣و	٠٧٧و	—٥٠٤٨٨٩و
٢	٠١٠و	—١٨٩و	٠٣١و	٠٥٣و	٠٩٤و	٠٧٩و	—٤٤٠٨٨٩و
٣	٠٩٠و	٠٢٣و	—١٥٥و	٠٦٩و	٠٦٢و	٠٢٥و	—٣٢٨٠٠٠و
٤	—٢٥٥و	—١٠٩و	—١٨٧و	٦٢٩و	١٣٧و	—٠٤٤و	٩٢٠٠٠٠٠و
٥	—١٢٤و	—٢٠٨و	—١٨٣و	١٤٩و	٧٨٧و	—١٣٢و	١و٠٠٠٠٠٠
٦	—٠٢٠و	—٠٢٤و	—٠١٠و	—٠٠٦و	—٠١٨و	٠٩٦و	٠٨٩٧٧٨و
	—٥٦٨و	—٤٩٦و	—٣٦٩و	١و٠٣٥	١و١٢٥	١٠١و	

من مصفوفة الجدول (٤ — ١٥) نجد أن الأعداد المخمنة السادسة مازالت تختلف عن الأعداد المخمنة الخامسة ولو أن هذا الإختلاف غير واضح بدرجة وضوحه بين الأعداد المخمنة السابقة . ولكى نقلل من هذا الإختلاف بدرجة أكبر يلزم إستخراج أعداد مخمنة سابعة . نوجد حاصل ضرب كل قيمة من الأعداد المخمنة السادسة فى الصف المقابل لها من مصفوفة البواقى الأولى فنحصل على المصفوفة المبينة بالجدول (٤ — ١٦) حيث يمكن إستخراج أعداد مخمنة سابعة .

جدول (٤ — ١٦) : المصفوفة الناتجة من ضرب الأعداد المخمنة السادسة فى مصفوفة البواقى الأولى

الصف	١	٢	٣	٤	٥	٦	العدد المخمن السابع
١	—.٢٦٧	.٠١١	.١٣٤	,١٤٠	.٠٦٣	.٠٧٧	,٥٠٠٤٤٣٧
٢	,٠٠٩	—,١٨٤	.٠٣٠	,٠٥٢	.٠٩٢	٠٧٧	.٤٢٨٥٧١٤
٣	,٠٨٧	.٠٢٢	—,١٤٩	.٠٦٧	.٠٦٠	,٠٢٥	.٢٢١٢٠٦٧
٤	—,٢٥٥	—,١٠٨	—,١٨٧	,٦٢٧	,١٣٧	—,٠٤٤	.٩١٤٨١٨١
٥	—,١٢٤	—,٢٠٨	—.١٨٣	,١٤٩	.٧٨٧	—,١٣٢	١,٠٠٠٠٠٠٠
٦	—,٠١٤	—,٠١٦	—,٠٠٧	—,٠٠٤	—,٠١٢	,٠٦٥	,٠٦٠٣٣٧٢
	—٥٦٤	—٤٨٣	—٣٦٢	١.٠٣١	١.١٢٧	,٠٦٨	

يتضح من الجدول (٤ — ١٥) و (٤ — ١٦) أن الأعداد المخمنة السابعة تقترب من الأعداد المخمنة السادسة بدرجة أكبر . ونكتفى هنا بهذه الدرجة من التقارب التى يبينها الجدول (٤ — ١٧) .

جدول (٤ — ١٧) : الأعداد المخمنة السادسة والسابعة

العدد المخمن السادس	العدد المخمن السابع
— ,٥٠٤٨٨٩	— ,٥٠٠٤٤٣٧
— ,٤٤٠٨٨٩	— ,٤٢٨٥٧١٤
— ,٣٢٨٠٠٠	— ,٣٢١٢٠٦٧
,٩٢٠٠٠٠	,٩١٤٨١٨١
١,٠٠٠٠٠٠	١,٠٠٠٠٠٠
,٠٨٩٧٧٨	,٠٦٠٣٣٧٢

ولحساب تشبع المتغيرات بالمكون الأساسى الثانى نتبع الخطوات التالية :

١ — نوجد مربعات الأعداد المخمنة النهائية بعد تقريبها إلى ثلاثة أرقام عشرية كما بالجدول (٤ — ١٨) وكذلك نقرب المربعات الناتجة إلى ثلاثة أرقام عشرية .

جدول (٤ — ١٨) : مربعات الأعداد المخمنة النهائية

العدد المخمن النهائى	مربـــع العدد
,٥٠٠	,٢٥٠
,٤٢٩	,١٨٤
,٣٢١	,١٠٣
٩١٥	,٨٣٧
١,٠٠٠	١,٠٠٠
,٠٦٠	,٠٠٤

٢ — نوجد حاصل جمع مربعات الأعـــداد المخنمة لنحصل على القيمة ٢,٣٧٨ .

٣ — نوجد الجذر التربيعى للقيمة ٢,٣٧٨ حيث يساوى ١,٥٤٢١ .

٤ — نوجد الجذر التربيعى للجذر الكامن للصفوفة ويساوى أكبر قيمة من قيم حواصل جمع الأعمدة فى المصفوفة النهائية أى القيمة ١,١٢٧ فنحصل على القيمة ١,٠٦١٦ .

٥ — نوجد تشبع الاختبار الأول بالمكون الأساسى الثانى بقسمة عدده المخمن على الجذر التربيعى لمجموع مربعات الأعداد المخنمة ونضرب الناتج فى الجذر التربيعى للجذر الكامن أى أن :

تشبع الاختبار الأول بالمكون الأساسى الثانى =

$$\frac{-(٠,٥٠٠)}{١,٥٤٢١} \times ١,٠٦١٦ = - ٠,٣٤٤$$

تشبع الاختبار الثانى $= \frac{-(٠,٤٢٩)}{١,٥٤٢١} \times ١,٠٦١٦ = - ٠,٢٩٥$

تشبع الاختبار الثالث $= \frac{-(٠,٣٢١)}{١,٥٤٢١} \times ١,٠٦١٦ = - ٠,٢٢١$

تشبع الاختبار الرابع $= \frac{٠,٩١٥}{١,٥٤٢١} \times ١,٠٦١٦ = ٠,٦٣٠$

تشبع الاختبار الخامس $= \frac{١,٠٠٠}{١,٥٤٢١} \times ١,٠٦١٦ = ٠,٦٨٨$

تشبع الاختبار السادس $= \frac{٠,٠٦٠}{١,٥٤٢١} \times ١,٠٦١٦ = ٠٤١$

وبعد حساب تشبع المتغيرات بالمكون الأساسى الثانى ، نوجد مصفوفة

الارتباطات نتيجة هذه التشبعات كما هو مبين بالجدول (٤ — ١٩) ، ثم بطرح قيم هذه الارتباطات من مصفوفة البواقى الأولى نحصل على مصفوفه البواقى الثانية المبينة بالجدول (٤ — ٢٠) . وبتكرار العمليات التى أجريت على مصفوفة البواقى الأولى نحصل على تشبع المتغيرات بالمكون الأساسى الثالث . وهكذا إلى أن نثبت بمحكات دلالة العوامل التى سبق أن ذكرناها فى الفصل الثالث ، أننا قد إستخلصنا ما يمكن إستخلاصه من عوامل ولم يعد هناك أى تباين ذو دلالة .

جدول (٤ — ١٩) : مصفوفة الإرتباطات نتيجة تشبع المتغيرات بالمكون الأساسى الثانى .

		٣٤٤	,٢٩٥	,٢٢١	.٦٣٠	.٦٨٨	,٠٤١
	المتغير	١	٢	٣	٤	٥	٦
.٣٤٤	١	.١١٨	,١٠١	,٠٧٦	,٢١٧	,٢٣٧	.٠١٤
,٢٩٥	٢	,١٠١	.٠٨٧	,٠٦٥	,١٨٦	,٢٠٣	,٠١٢
.٢٢١	٣	,٠٧٦	,٠٦٥	,٠٤٩	,١٣٩	,١٥٢	,٠٠٩
,٦٣٠	٤	,٢١٧	,١٨٦	,١٣٩	,٣٩٧	,٤٢٣	,٠٢٦
.٦٨٨	٥	,٢٣٧	,٢٠٣	,١٥٢	.٤٣٣	,٤٧٣	,٠٢٨
.٠٤١	٦	.٠١٤	,٠١٢	,٠٠٩	,٠٢٦	,٠٢٨	,٠٠٢

جدول (٤ — ٢٠) : مصفوفة البواقى الثانية

المتغير	١	٢	٣	٤	٥	٦
١	,٤١٠	—,١٢٢	—,٣٤١	—,٤٩٤	—,٣٦١	—,١٦٦
٢	—,١٢٢	,٢٣١	—,١٣٣	—,٣٠٣	—,٤١١	—,١٨٧
٣	—,٣٤١	—,١٣٣	,٤٠٦	—,٣٤٢	—,٣٣٥	—,٠٨٤
٤	—,٤٩٤	—,٣٠٣	—,٢٤٢	,٢٨٥	—,٢٨٤	—,٠٧٤
٥	—,٣٦١	—,٤١١	—,٣٣٥	—,٢٨٤	,٣١٤	—,١٦٠
٦	—,١٦٦	—,١٨٧	—,٠٨٤	—,٠٧٤	—,١٦٠	,٧١٨

نشر أخيرا هوتيلنج بحثا قرر فيه أنه يمكن الإسراع من العمليات الحسابية بتحليل مصفوفة مشتقة من مصفوفة الإرتباطات الأصلية ، بتربيعها أو رفعها إلى الأس الرابع أو الثامن أو السادس عشر . ولتربيع مصفوفة الإرتباطات نضرب قيم كل صف فى قيم الصفوف الآخرى بما فى ذلك الصف فى نفسه . ثم نوجـــد مجموع حاصل ضرب كل صفين ونضعه فى الخلية المقابلة كما يلى :

الصف الأول من مصفوفة الإرتباطات الأصلية يحتوى على القيم

١,٠٠٠ ، ٥٠٣و ، ٤٤٠و ، ١١٠و ، ١٩٣و ، ٢١١و

نضرب كل قيمة فى نفسها ثم نجمع الناتج لنحصل على المجموع ١,٥٤١ ونضع هذه القيمة فى الخلية (١ ، ١) من المصفوفة المربعة الأولى . ثم نضرب كل قيمة من قيم الصف الأول أيضاً فى قيم الصف الثانى من المصفوفة ذاتها أى القيم ٥٠٣و ، ١,٠٠٠ ، ٤٩٥و ، ٣١٣و ، ١٤٥و ، ٢٢٩و فنحصل على القيمة ١,٣٣٤ والتى نضعها فى الخلية (١ ، ٢) من المصفوفة المربعة . وهكذا إلى أن نحصل على المصفوفة المبينة بالجدول (٤ — ٢١) .

نوجد الأعداد المخمنة الأولى وذلك بحساب حاصل جمع كل عمود ونقسم كل قيمة من قيم حاصل الجمع على أكبر قيمة . ثم بضرب الأعداد المخمنة الأولى كل فى الصف المقابل له نحصل على المصفوفة المبينة بالجدول (٤-٢٢).

جدول (٤ — ٢١) : مصفوفة الارتباطات الأصلية المربعة

المتغير	١	٢	٣	٤	٥	٦	العدد المخمن الأول
١	١,٥٤١	١,٣٣٤	١,٢٤٨	,٦٠٢	,٥٩٨	,٧٢٦	,٩
٢	١,٣٣٤	١,٦٦٩	١,٢٧٣	,٩٠٢	,٦١٩	٨١٤	١,٠
٣	١,٢٤٨	١,٢٧٣	١,٦٠٨	,٧٧٣	,٥٩٥	,٩٠٧	١,٠
٤	,٦٠٢	,٩٠٢	,٧٧٣	١,٣٨٦	,٩٤٨	,٧٠٨	,٨
٥	,٥٩٨	,٦١٩	,٥٩٥	,٩٤٨	١,٢٦٥	,٤٥١	,٧
٦	,٧٢٦	,٨١٤	,٩٠٧	,٧٠٨	,٤٥١	١,٢٧٢	,٧
	٦,٠٤٩	٦,٧٢١	٦,٥٠٤	٥,٣١٩	٤,٤٧٦	٤,٨٧٨	

جدول (٤ — ٢٢) : مصفوفة الإرتباطات الناتجة من حاصل ضرب الأعداد المخمنة الأولى فى قيم الصفوف المقابلة لها من مصفوفة الإرتباطات الأصلية المربعة

المتغير	١	٢	٣	٤	٥	٦	العدد المخمن الثانى
١	١,٣٨٧	١,٢١٠	١,١٢٣	,٥٤٢	,٥٢٨	,٦٥٣	,٩٠
٢	١,٣٣٤	١,٦٦٩	١,٢٧٣	,٩٠٢	,٦١٩	,٨١٤	١,٠٠
٣	١,٢٤٨	١,٣٧٣	١,٦٠٨	,٧٧٣	,٥٩٥	,٩٠٧	,٩٧
٤	,٤٨٢	,٧٢٢	,٦١٨	١,١٥٩	,٧٥٨	,٥٦٦	,٧٦
٥	,٤١٩	,٤٣٣	,٤١٧	,٦٦٤	,٨٨٦	,٣١٦	,٦٢
٦	,٥٠٨	,٥٧٠	,٦٣٥	,٤٩٦	,٣١٦	,٨٩٠	,٦٩
	٥,٢٧٨	٥,٩٧٧	٥,٧٧٤	٤,٤٨٦	٣,٧١٢	٤,١٤٦	

من الملاحظ أن الأعداد المخمنة الثانية تختلف بدرجة واضحة عن الأعداد المخمنة الأولى ولذلك يلزم حساب أعداد مخمنة ثالثة . ويتم ذلك بضرب كل قيمة من الأعداد المخمنة الثانية فى قيم كل صف مقابل لها من مصفوفة الإرتباطات المربعة فنحصل على المصفوفة المبينة بالجدول (٤ — ٢٣) .

جدول (٤ — ٢٣) : مصفوفة الإرتباطات الناتجة من حاصل ضرب الأعداد المخمنة الثانية فى قيم الصفوف المقابلة لها من مصفوفة الإرتباطات الأصلية المربعة

المتغير	١	٢	٣	٤	٥	٦	العدد المخمن الثالث
١	١,٣٨٧	١,٢١٠	١,١٢٣	,٥٤٢	,٥٣٨	,٦٥٣	,٩٠٠
٢	١,٣٣٤	١,٦٦٩	١,٣٧٣	,٩٠٢	,٦١٩	,٨١٤	١,٠٠٠
٣	١,٢١١	١,٣٣٢	١,٥٦٠	,٧٥٠	,٥٧٧	,٨٨٠	,٩٦٥
٤	,٤٥٨	,٦٨٦	,٥٨٧	١,٠٥٣	,٧٢٠	,٥٢٨	,٧٤٠
٥	,٣٧١	,٣٨٤	,٣٦٩	,٥٨٨	,٧٨٤	,٢٨٠	,٦٠٧
٦	,٥٠١	,٥٦٢	,٦٢٦	,٤٨٩	,٣١١	,٨٧٨	,٦٩٢
	٥,٢٦٢	٥,٨٤٣	٥,٦٣٨	٥,٣٢٤	٣,٥٤٩	٤,٠٤٣	

يتضح أن الإختلاف بين الأعداد المخمنة الثالثة والثانية أقل من الاختلاف بين الأعداد المخمنة الثانية والأولى . وبذلك يمكن إعتبار أن الأعدادالمخمنة الثالثة هى الأعداد النهائية، ونبدأ فى إيجاد تشبع الإختبارات بالمكونات الأساسية تبعا للعمليات التى سبق ذكرها .

ومن الجدير بالذكر أن عملية التربيع هذه قد أسرعت من الوصول إلى أعداد مقتربه كما يدل على ذلك الأعداد المخمنة الثانيه والثالثة ، فى حين أننا لم نتوصل إلى هذا التقريب من مصفوفة الإرتباطات الأصلية إلا بعد الوصول إلى العدد المخمن السادس . ويوضح هذا أن عملية تربيع المصفوفة قد ضاعفت سرعة التقارب بين الأعداد المخمنة. ومن الملاحظ أن الاعداد المخمنة تستخدم كما هى ، بينما يكون الجذر الكامن فى حالة تربيع . ولابد قبل إتمام العمليات الحسابية لإيجاد تشبع المتغيرات بالمكونات الاساسية من حساب الجذر التربيعى لمربع الجذر الكامن . فمربع الجذر الكامن من

المصفوفة النهائية يساوى ٥٫٨٤٣ والجذر التربيعى لهذه القيمة يساوى ٢٫٤١٧. وهى نفس القيمة التى حصلنا عليها من المصفوفة الاصلية عند إستخراج المكون الاساسى الاول بدون تربيع مصفوفة الإرتباطات الاصلية . فكلما زدنا من تربيع المصفوفة ازدادت سرعة تقارب الاعداد المخمنة . ويقدم هو تيلنج طريقة لحساب البواقى من المصفوفة المربعة ، غير أن هذه الطريقة تحتاج إلى الاحتفاظ بالعديد من الكسور العشريه . ويحسن عمليا الرجوع إلى المصفوفة الاصلية ثم حساب البواقى وتربيع مصفوفة البواقى .

ويمكن إجراء عملية التحليل بطريقة هو تيلنج بعمليات فيها بعض التعديل عن العمليات التى تناولناها كما يلى :

١ — نوجد مجموع أعمدة مصفوفة الارتبطات الاصلية فنحصل على قيم الصف $ح_١$ كما هو مبين بالجدول (٤ — ٢٤) .

٢ — نقسم كل قيمة من قيم الصف $ح_١$ على أكبر قيمة فى هذا الصف ، وندون النتائج فى الصف $ى_١$.

٣ — نوجد مجموع حاصل ضرب قيم الصف $ح_١$ فى قيم كل صف من المصفوفة وندون القيم التى نحصل عليها فى الصف $ح_٢$. فمثلا نحصل على القيمة الاولى فى الصف $ح_٢$ هكذا :

قيم الصف الاول من مصفوفة الإرتباطات الاصلية

هى : ١٫٠٠٠ ، ٠٫٥٠٣ ، ٠٫٤٤٠ ، ٠٫١١٠ ، ٠٫١٩٣ ، ٠٫٢١١

↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓

قيم الصف $ح_١$ هى: ٢٫٤٥٧ ، ٢٫٦٨٥ ، ٢٫٦٢١ ، ٢٫٢٩٦ ، ٢٫٠١٨ ، ٢٫١١٧

حاصل ضرب كل قيمتين متقابلتين كما هو مبين بالسهم

هى : ٢٫٤٥٧ ١٫٣٥١ ٠٫٢٥٣ ٠٫٣٨٩ ٠٫٤٤٧

ومجموع هذه القيم الاخيرة هى القيمة الاولى فى الصف مج$_{٢}$. ونحصل على القيمة الثانية من مجموع حاصل ضرب كل قيمةمن قيم الصف مج$_{١}$ فى القيمة المقابلة لها فى الصف الثانى من مصفوفة الارتباطات . وهكذا نوجد بقية قيم الصف مج$_{٢}$.

٤ ـ نقسم كل قيمة من قيم الصف مج$_{٢}$ على أكبر قيمة فى هذا الصف ونبدون النتائج فى الصف ى$_{٢}$.

جدول (٤ ــ ٢٤) : مصفوفة الإرتباطات الأصلية

المتغير	١	٢	٣	٤	٥	٦
١	١,٠٠٠	,٥٠٣	,٤٤٠	,١١٠	,١٩٣	,٢١١
٢	,٥٠٣	١,٠٠٠	,٤٩٥	,٣١٣	,١٤٥	,٢٢٩
٣	,٤٤٠	,٤٩٥	١,٠٠٠	,٢١٣	,١٥٨	,٣١٥
٤	,١١٠	,٣١٣	,٢١٣	١,٠٠٠	,٤١٠	,٢٥٠
٥	,١٩٣	,١٤٥	,١٥٨	,٤١٠	١,٠٠٠	,١١٢
٦	,٢١١	,٢٢٩	,٣١٥	,٢٥٠	,١١٢	١,٠٠٠
مج$_{١}$	٢,٤٥٧	٢,٦٨٥	٢,٦٢١	٢,٢٩٦	٢,٠١٨	٢,١١٧
ى$_{١}$	,٩١٥١	١,٠٠٠	١,٠٠٠	,٨٥٥١	,٧٥١٦	٧٨٨٥
مج$_{٢}$	٦,٠٥٠	٦,٧١٥	٦,٥٠٦	٥,٢٢٠	٤,٤٧٣	٤,٨٧٦
ى$_{٢}$	,٩٦٨٩	١,٠٠٠	,٩٦٨٩	,٧٩٢٤	,٦٧١٥	,٧٢٦١

٥ ـ نقارن قيم الصف ى$_{١}$ بقيم الصف ى$_{٢}$ فإذا اتفقت بدرجة الدقة المطلوبة فإن عملية التتابع تكون قد تمت ويمكن استخلاص تشبع المتغيرات . وإذا لم

نحصل على الدقة المرغوبة فإننا نواصل عملية التتابع بتربيع المصفوفة. ويتضح من مثالنا هذا أن قيم الصف $ى_{١}$ لا تتفق مع قيم الصف $ى_{٢}$. ويلزم لذلك تربيـــع مصفوفة الإرتباطات الاصلية فنحصل على المصفوفة المبينة بالجدول (٤ - ٢٥) .

٦ — نوجد حاصل جمع كل عمود فى المصفوفة المربعة وندون القيم الناتجة فى الصف $مج_{٢}$. ولمراجعة العمليات الحسابيه يجب أن تتساوى هذه القيم مع قيم $مج_{٢}$ فى مصفوفة الارتباطات الأصلية .

وإذا تساوت القيم ننقل قيم الصف $ى_{٢}$ من مصفوفة الارتباطات الاصلية إلى الصف $ى_{٢}$ فى المصفوفة المربعة .

جدول (٤—٢٥) : مصفوفة الإرتباطات الأصلية المربعة

المتغير	١	٢	٣	٤	٥	٦
١	١,٥٤١	١,٢٣٤	١,٢٤٨	,٦٠٢	,٥٩٨	,٧٢٦
٢	١,٢٣٤	١,٦٦٩	١,٢٧٣	,٩٠٢	,٦١٩	,٨١٤
٣	١,٢٤٨	١,٣٧٣	١,٦٠٨	,٧٧٣	,٥٩٥	,٩٠٧
٤	,٦٠٢	,٩٠٢	,٧٧٣	١,٣٨٦	,٩٤٨	,٧٠٨
٥	,٥٩٨	,٦١٩	,٥٩٥	,٩٤٨	١,٢٦٥	,٤٥١
٦	,٧٢٦	,٨١٤	,٩٠٧	,٧٠٨	,٤٥١	١,٢٧٢
$مج_{٢}$	٦,٠٤٩	٦,٧٢١	٦,٥٠٤	٥,٣١٩	٤,٤٧٦	٤,٨٧٨
$ى_{٢}$	,٩٦٨٩	١,٠٠٠٠	,٩٦٨٩	,٧٩٢٤	,٦٧١٥	,٧٢٦١
$مج_{٣}$	٣٥,٢٨٠	٣٩,٧٥٦	٣٨,٤٣٤	٢٩,٨٠٥	٢٤,٩٣١	٢٧,٨٨٧
$ى_{٣}$	,٨٨٧٤	١,٠٠٠٠	,٩٦٦٧	,٧٤٩٧	,٦٢٧١	,٧٠١٥

٧ — وللحصول على قيم الصف مح$_{3}$ ، نوجد مجموع حاصل ضرب قيم الصف مح$_{2}$ فى قيم كل صف على حدة من المصفوفة المربعة .

٨ — نقسم كل قيمة من قيم الصف مح$_{3}$ على أكبر قيمة من قيم هذا الصف فنحصل على القيم التى ندونها بالصف ى$_{3}$.

٩ — نقارن قيم الصفين ى$_{2}$ وى$_{3}$ ، فإذا إتفقت هذه القيم بالدرجة المرغوب فيها من الدقة فإن عمليات التتابع تكون قد إكتملت . وإذا لم لم يحدث الإتفاق فإن عملية التتابع يجب أن تستمر ، وذلك بحساب مصفوفة جديدة من مصفوفة الإرتباطات الأصلية مرفوعة إلى الأس الرابع فإذا لم يحدث الإتفاق نحسب مصفوفة جديدة أخرى مرفوعة إلى الأس الثامن وهكذا ، إلى أن تتفق قيم صفين متتالين .

وفى مثالنا هذا يتضح أن قيم الصفين ى$_{2}$وى$_{3}$ لاتتفق الإتفاق المرغوب فيه ولذلك نحسب مصفوفة جديدة من مصفوفة الإرتباطات الأصلية مرفوعه إلى الأس الرابع فنحصل على المصفوفة المبينة بالجدول (٤—٢٦) .

جدول (٤ — ٢٦) : مصفوفة الإرتباطات الأصلية مرفوعة إلى الأس الرابع

المتغير	١	٢	٣	٤	٥	٦
١	٦,٩٦٠	٧,٥٠٠	٧,٢٤١	٥,٠١١	٤,١٤٥	٤,٩٥٦
٢	٧,٥٠٠	٨,٣١٣	٧,٩٦٨	٥,٧٨٢	٤,٦٥٣	٥,٥٢٥
٣	٧,٢٤١	٧,٩٦٨	٧,٨٠٤	٥,٥٠٩	٤,٤٤٨	٥,٤٥١
٤	٥,٠١١	٥,٧٨٢	٥,٥٠٩	٥,٠٩٥	٤,٢١٠	٤,١٨٢
٥	٤,١٤٥	٤,٦٥٣	٤,٤٤٨	٤,٢١٠	٣,٧٩٧	٣,٢٩٤
٦	٤,٩٥٦	٥,٥٢٥	٥,٤٥١	٤,١٨٢	٣,٢٩٤	٤,٢٣٥
مجـ ٤	٣٥,٨١٣	٣٩,٧٤١	٣٨,٤٢١	٢٩,٧٨٩	٢٤,٥٤٧	٢٧,٧٤٣
ى ٤	,٩٠١٢	١,٠٠٠٠	,٩٦٦٨	,٧٤٩٦	,٦١٧٧	,٦٩٨١
و ٤	٢ ١٧٨٦	٢,٤١٦٠	٢,٣٣٥٥	١,٧٩٥٤	١,٤٧٤٩	١,٦٧٨٤
مجـ ى ٤ و ١	١٠,٠٨٥٥					
√ مجـ ى ٤ و ١	٣,١٧٥					
١ / √ مجـ ى ٤ و ١	,٣١٥٠					

١٠ — نقارن قيم الصف ى ٤ التى حصلنا عليها بعد رفع مصفوفة الإرتباطات الأصلية إلى الاس الرابع بقيم الصف ى ٣ فنجد أنها متقاربة ويمكن أن نعتبرها متفقة . وبهذا ننتهى من عملية التتابع . ولإيجاد تشبعات المكون الاساسى الاول نتبع الخطوات التالية :

١ — نوجد مجموع حاصل ضرب قيم كل صف من مصفوفة الإرتباطات الاصلية فى قيم الصف ى ، وندون القيم التى نحصل عليها فى الصف $و_١$.

٢ — نوجد تشبع كل متغير بالمكون الاساسى الاولى باستخدام المعادلة التالية .

$$ت_١ = \frac{و_١}{\sqrt{مجـ ى و}}$$

حيث مجـ ى و هى مجموع حاصل ضرب قيم الصف ى فى قيم الصف $و_١$.
وتساوى هذه القيمة هنا ١٠,٠٨٥٥ وجذرها التربيعى ٣,١٧٥ ومقلوبها يساوى ٠,٣١٥٠ . وبضرب كل قيمة من قيم الصف $و_١$ فى مقلوب الجـــذر التربيعى للقيمة مجـ ى و أى القيمة ٠,٣١٥٠ نحصل على تشبع المتغيرات بالمكون الاساسى الاول التالية : ٦٨٦و ، ٧٦١و ، ٧٣٦و ، ٥٦٦و ، ٤٦٥و ، ٥٢٩و على الترتيب . ولإيجاد تشبع المتغيرات بالمكون الاساسى الثانى نتبع الخطوات التالية :

١ — نوجد مصفوفة الإرتباطات من تشبع المتغيرات بالمكون الاساسى الاول فنحصل على المصفوفة المبينة بالجدول (٤ — ٢٧) .

٢ — ثم نطرح مصفوفة الإرتباطات نتيجة تشبع الإختبارات بالمكون الاساسى الاول من مصفوفة الارتباطات الاصلية فنحصل على مصفوفة البواقى الاولى المبينة بالجدول (٤-٢٨) .

جدول (٤-٢٧) : مصفوفة الإرتباطات نتيجة المكون الأساسى الأول

		٫٦٨٦	٫٧٦١	٫٧٣٦	٫٥٦٦	٫٤٦٥	٫٥٢٩
	المتغير	١	٢	٣	٤	٥	٦
٫٦٨٦	١	٫٤٧١	٫٥٢٢	٫٥٠٥	٫٣٨٨	٫٣١٩	٫٣٦٣
٫٧٦١	٢	٫٥٢٢	٫٥٧٩	٫٥٦٠	٫٤٣١	٫٣٥٤	٫٤٠٣
٫٧٣٦	٣	٫٥٠٥	٫٥٦٠	٫٥٤٢	٫٤١٧	٫٣٤٢	٫٣٨٩
٫٥٦٦	٤	٣٨٨	٫٤٣١	٫٤١٧	٫٣٢٠	٫٢٦٣	٫٢٩٩
٫٤٦٥	٥	٫٣١٩	٫٣٥٤	٫٣٤٢	٫٢٦٣	٫٢١٦	٫٢٤٦
٫٥٢٩	٦	٫٣٦٣	٫٤٠٣	٫٣٨٩	٫٢٩٩	٫٢٤٦	٫٢٨٠

جدول (٤ — ٢٨) : مصفوفة البواقى الأولى

المتغير	١	٢	٣	٤	٥	٦
١	٫٥٢٩	— ٫٠١٩	— ٫٠٦٥	— ٫٢٧٨	— ٫١٢٦	— ٫١٥٢
٢	— ٫٠١٩	٫٤٢١	— ٫٠٦٥	— ٫١١٨	— ٫٢٠٩	— ٫١٧٤
٣	— ٫٠٦٥	— ٫٠٦٥	٫٤٥٨	— ٫٢٠٤	— ٫١٨٤	— ٫٠٧٤
٤	— ٫٢٧٨	— ٫١١٨	— ٫٢٠٤	٫٦٨٠	٫١٤٧	— ٫٠٤٩
٥	— ٫١٢٦	— ٫٢٠٩	— ٫١٨٤	٫١٤٧	٫٧٨٤	— ٫١٣٤
٦	— ٫١٥٢	— ٫١٧٤	— ٫٠٧٤	— ٫٠٤٩	— ٫١٣٤	٫٧٢٠

٣ — وبتطبيق نفس الخطوات التى إتبعناها مع مصفوفة الارتباطات الاصلية نحصل على تشبع المتغيرات بالمكون الاساسى الثانى . وهكذا إلى أن نحصل على مصفوفة بواقى لا يمكن أن نستخلص منها عوامل ذات دلالة.

وما تناولناه عن طريقة المكونات الاساسية لهوتيلنج يقوم على إستخدام الوحدات فى الخلايا القطرية الرئيسية . والطريقة كوسيلة حسابية يمكن إستخدامها بدلا من الطريقة المركزية للحصول على تشبع المتغيرات بالعوامل المشتركة باستخدام الاشتراكيات بدلا من الوحدات فى الخلايا القطرية . وتمتاز هذه الطريقة على الطريقة المركزية فى أنها تستخلص أقصى قدرا من التباين بين المتغيرات فى العوامل المتتابعة .

الفصل ٥

طريقة الاحتمال الأقصى

The Maximum Likelihood Method

لقد إستخدم لولى Lawely طريقة الاحتمال الأقصى التى وضعها فيشر فى تقدير تشبع العوامل وتقوم هذه الطريقة على إستخلاص أكبر قدر ممكن من البيانات التى تتضمنها مادة البحث ، لكن هناك بعض الفروض الأساسية اللازمة عند تطبيق هذه الطريقة . ويقرر الفرض الأول أن كل من درجات الاختبار والعوامل يجب أن تكون موزعة توزيعاً إعتداليا. وقد يوجه بعض النقد إلى التوزيع الإعتدالى إلا أنه يبدو أن الإبتعاد أو الحيود عنه ليس فيه إلا خطورة قليلة . ويتعلق الفرض الثانى بتقرير عدد العوامل العامة والخاصة حيث يجب تحديد عددهذه العوامل تحديداًمبدئياً .

تتميز هذه الطريقة بأنها تؤدى إلى تقديرات دقيقة لتشبع العوامل بدرجة كبيرة . كما أنها تقدم وسيلة تقوم على إختبار كا٢ ، لتقرير مدى دلالة العوامل التى نستخلصها ، لكنها تتطلب جهدا كبيرا فى العمليات الحسابية .

ولشرح هذه الطريقة سنتناول مثالا عددياً إستخدمه لولى . فقد طبق ثمانية إختبارات على ٤٤٣ فردا ، وحصل على الارتباطات المبينة بالجدول (٥ — ١) مع وضع الوحدات فى الخلايا القطرية . وإفترض لولى وجود عاملين مشتركين مع بعض العوامل الخاصة لتفسير إرتباطات الاختبارات فيما بينها .

جدول (٥-١): مصفوفة الإرتباطات الأصلية

المتغير	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
١	١و٠٠	٣١٢و	٤٠٥و	٤٥٧و	٥٠٠و	٣٥٠و	٥٢١و	٥٦٤و
٢	٣١٢و	١و٠٠٠	٤٦٠و	٣١٦و	٢٧٩و	١٧٣و	٣٣٩و	٢٨٨و
٣	٤٠٥و	٤٦٠و	١و٠٠٠	٣٩٤و	٣٨٠و	٢٥٨و	٤٣٣و	٣٢٣و
٤	٤٥٧و	٣١٦و	٣٩٤و	١و٠٠٠	٤٦٠و	٢٢٢و	٥١٦و	٤٨٦و
٥	٥٠٠و	٢٧٩و	٣٨٠و	٤٦٠و	١و٠٠٠	٢٣٩و	٤٤١و	٤١٧و
٦	٣٥٠و	١٧٣و	٢٥٨و	٢٢٢و	٢٣٩و	١و٠٠٠	٣٠٢و	٢٦٢و
٧	٥٢١و	٣٣٩و	٤٣٣و	٥١٦و	٤٤١و	٣٠٢و	١و٠٠٠	٥٤٧و
٨	٥٦٤و	٢٨٨و	٣٢٣و	٤٨٦و	٤١٧و	٢٦٢و	٥٤٧و	١و٠٠٠

ونتبع فى تحليل هذه المصفوفة طريقة التقريب المتتابع Successive Approximation حيث يقترب تشبع الإختبارات من القيم النهائية فى خطوات متتابعة . وتبدأ العمليات الحسابية بوضع قيم إفتراضية للتشبعات . ويمكن إستخدام طريقة أخرى فى تحديد قيم هذه التشبعات كإستخدام الطريقة المركزية مثلا . ومن الملاحظ أنه كلما كانت القيم الإفتراضية قريبة من التشبعات الحقيقية ، كلما إحتجنا إلى خطوات أقل من العمليات الحسابية . ونفترض فى هذا المثال التشبعات المبينة بالجدول (٥ — ٢) .

جدول (٥ — ٢) : تشبع الإختبارات بالعاملين المشتركين

المتغير	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
تشبع العامل الأول	٧٣و	٥٠و	٦٦و	٦٦و	٦٢و	٤٠و	٧٣و	٧٠و
تشبع العامل الثانى	١٧و	-٢٧و	-٤٧و	٠٨و	٠٦و	٠٢و	١٠و	٢٩و
التباين الخاص	٤٣٨٢و	٦٧٧١و	٣٤٣٥	٥٥٨٠و	٦١٢٠و	٨٣٩٦و	٤٥٧١و	٤٢٥٩و

تحسب قيمة التباين الخاص لكل إختبار بطرح مجموع مربع التشبعات من التباين الكلى الذى يساوى الوحدة . فمثلا مربع تشبع الاختبار الأول بالعامل الأول يساوى ٧٣و × ٧٣و = ٥٦١٨و ومربع تشبعه بالعامل الثانى يساوى ١٧و × ١٧و = ٠٢٨٩و.

مجموع مربع التشبعين = ٥٣٢٩و + ٠٢٨٩و = ٥٦١٨و

تباين الاختبار الخاص = ١,٠٠٠ — ٥٦١٨و = ٤٣٨٢و وهكذا بالنسبة لبقية الاختبارات .

ويمكن من جدول الارتباطات الاصلية وجدول تشبع الاختبارات بالعاملين المشتركين حساب قيم أخرى للتشبعات . ويتم ذلك بالخطوات التالية:

١ — نقسم قيم تشبع الاختبارات الثمانية بالعامل الاول على القيم المقابلة للتباين الخاص لكل إختبار . فمثلا نقسم تشبع الإختيار الاول بالعامل الاول (٧٣و) على تباينه (٤٣٨٢و) لنحصل على القيمة ١,٦٦٦ . وهكذا نحصل على القيم الاخرى ثم ندونها فى الصف ا المبين بالجدول (٥-٣) .

٢ — نوجد مجموع حاصل ضرب قيم الصف ا فى كل صف على حدة من مصفوفة الارتباطات الاصلية هكذا :

قيم الصف الاول من مصفوفة الإرتباطات الاصلية

١,٠٠٠ ,٣١٢ ,٤٠٥ ,٤٥٧ ,٥٠٠ ,٣٥٠ ,٥٢١ ,٥٦٤

↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓

قيم الصف ا ١,٦٦٦ ,٧٣٨ ١,٩٢١ ١,١٨٣ ١,٠١٣ ,٤٧٦ ١,٥٩٧ ١,٦٤٤

نوجد حاصل ضرب كل قيمتين متقابلتين لنحصل على القيم التالية :

١,٦٦٦ ,٢٣٠ ,٧٧٨ ,٥٤٠ ,٥٠٧ ,١٦٦ ,٨٣٢ ,٩٢٧

ثم نوجد حاصل جمع كل هذه القيم فنحصل على القيمة ٥,٦٤٧ . وهكذا بالنسبة لبقية صفوف جدول الارتباطات وندون القيم فى الصف ب من الجدول (٥ - ٣) .

٣ — نوجد باقى طرح كل قيمة من تشبع الاختبارات بالعامل الاول من القيم المقابلة فى الصف ب . فالقيمة الأولى فى الصف ب (٥,٦٤٧) ، والقيمة الأولى من جدول التشبعات ٧٣٠و) فيكون باقى طرح القيمتين هو القيمة ٤,٩١٧ . وهكذا نكرر حساب بقية القيم وندونها فى الصف س بالجدول (٥ — ٣) .

٤ — نوجد مجموع حاصل ضرب كل قيمة من الصف ا فى القيمة المقابلة لها من الصف س ، لنحصل على القيمة $هـ_١^٢$. ثم نوجد الجذر التربيعى لمقلوب هذه القيمة أى $\sqrt{\frac{١}{هـ_١^٢}}$ حيث يساوى ١٤٧٨٩و

٥ — ولحساب تشبع الإختبارات الجديدة بالعامل الأول ، نوجد حاصل ضرب القيمة $\sqrt{\frac{١}{هـ_١^٢}}$ فى كل قيمة من قيم الصف س ، فنحصل على الصف ء الذى تمثل قيمه التشبعات الجديدة .

جدول (٥ — ٣) : حساب تشبع الاختبارات بالعامل الأول

	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
ا	١,٦٦٦	,٧٣٨	١,٩٢١	١,١٨٣	١,٠١٣	,٤٧٦	١,٥٩٧	١,٦٤٤
ب	٥,٦٣٧	٣,٨٩٥	٥,١٣٢	٥,١٢٩	٤,٨٣٠	٣,١٠٠	٥,٦٤٧	٥,٤١٢
س	٤,٩١٧	٣,٣٩٥	٤,٤٧٢	٤,٤٦٩	٤,٢١٠	٢,٧٠٠	٤,٩١٧	٤,٧١٢
ى	,٧٢٧	,٥٠٢	,٦٦١	,٦٦١	,٦٢٣	,٣٩٩	,٧٢٧	,٦٩٧

٦ — نوجد مصفوفة الإرتباطات نتيجة تشبع الإختبارات بالعامل الأول المبينة بالجدول (٥ — ٤) ثم بطرح قيم هذه المصفوفة من قيم مصفوفة الارتباطات الأصلية نحصل على مصفوفة البواقى الأولى كما بالجدول (٥ — ٥) .

٧ — للحصول على تشبع الإختبارات بالعامل الثانى نتناول مصفوفة البواقى الأولى بنفس العمليات التى سبق ذكرها مع إستخدام تشبع الاختبارات بالعامل الثانى .

جدول (٥ — ٤) : مصفوفة الإرتباطات نتيجة تشبع الإختيارات بالعامل الأول

		,٧٢٧	,٥٠٢	,١٦١	,٦٦١	,٦٢٣	,٣٩٩	,٧٢٧	,٦٩٧
	المتغير	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
,٧٢٧	١	,٥٢٩	,٣٦٥	,٤٨١	,٤٨١	,٤٥٢	,٢٩٠	,٥٢٩	,٥٠٧
,٥٠٢	٢	,٣٦٥	,٢٥٢	,٣٢٢	,٣٢٢	,٣١٣	,١٩٠	,٣٦٥	,٣٥٠
,٦٦١	٣	,٤٨١	,٣٣٢	,٤٣٧	,٤٢٧	,٤١٢	,٢٦٤	,٤٨١	,٤٦١
,٦٦١	٤	,٤٨١	٣٣٢	,٤٣٧	,٤٣٧	,٤١٢	,٢٦٤	,٤٨١	,٤٦١
,٦٢٣	٥	,٤٥٣	,٣١٢	,٤١٢	,٤١٢	,٣٨٨	,٢٤٩	,٤٥٣	,٤٣٤
,٣٩٩	٦	,٢٩٠	,٢٠٦	,٢٦٤	,٢٦٤	,٢٤٩	,١٥٩	,٢٩٠	,٢٧٨
,٧٢٧	٧	,٥٢٩	,٣٦٥	,٤٨١	,٤٨١	,٤٥٢	,٢٩٠	,٥٢٩	,٥٠٧
,٦٩٧	٨	,٥٠٧	,٣٥٠	,٤٦١	,٤٦١	,٤٣٤	,٢٧٨	,٥٠٧	,٤٨٦

جدول (٥ — ٥) : مصفوفة البواقى الأولى

	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
١	٤٧١	٫٠٥٣	-٫٠٧٦	-٫٠٢٤	٫٠٤٧	٫٠٦٠	-٫٠٠٨	٫٠٥١
٢	-٫٠٥٣	٫٧٤٨	٫١٢٨	-٫٠١٦	-٫٠٣٣	-٫٠٣٣	-٫٠٢٦	-٫٠٦٢
٣	-٫٠٧٦	٫١٢٨	٫٥٦٣	-٫٠٤٣	-٫٠٣٢	-٫٠٠٦	-٫٠٤٨	-٫١٣٨
٤	-٫٠٢٤	-٫٠١٦	-٫٠٤٣	٫٥٦٣	٫٠٤٨	٫٠٤٢	٫٠٣٥	٫٠٢٥
٥	٫٠٤٧	-٫٠٣٣	-٫٠٣٢	٫٠٤٨	٫٦١٢	-٫٠١٠	-٫٠١١	-٫٠١٧
٦	٫٠٦٠	-٫٠٣٣	-٫٠٠٦	-٫٠٤٢	-٫٠١٠	٫٨٤١	٫٠١٢	-٫٠١٦
٧	-٫٠٠٨	-٫٠٢٦	-٫٠٤٨	٫٠٣٥	-٫٠١١	٫٠١٢	٤٧١	٫٠٤٠
٨	-٫٠٥١	-٫٠٦٢	-٫١٣٨	٫٠٢٥	-٫٠١٧	-٫٠١٦	٫٠٤٠	٫٥١٤

وهناك طريقه أخرى مختصرة لحساب تشبع الاختبارات بالعامل الثانى تقوم على إستخدام مصفوفه الارتباطات الأصلية وتتلخص خطواتها فيما يلى :

١ — نقسم كل قيمة من تشبع الاختبارات بالعامل الثانى على القيمة المقابلة لها من التباين الخاص لكل إختبار . فتشبع الاختبار الأول بالعامل الثانى ١٧و وتباين الاختبار الخاص ٤٣٨٢و. فيكون خارج قسمة ١٧و على ٤٣٨٢و مساويا للقيمة ٣٨٨و التى ندونها فى الصف هـ من الجدول (٥ — ٦) وهكذا نحصل على القيم الأخرى فى الصف .

٢ — نوجد المجموع الكلى لحاصل ضرب قيم الصف هـ فى كل صف على حدة من مصفوفة الارتباطات الأصلية هكذا :

قيم الصف الأول من مصفوفة الارتباطات الأصلية

١,٠٠٠ ،٣١٢ ،٤٠٥ ،٤٥٧ ،٥٠٠ ،٣٥٠ ،٥٢١ ،٥٦٤

قيم الصف هـ ٣٨٨, — ٣٩٩, — ١,٣٦٨ ،١٤٣ ،٠٩٨ ،٠٢٤ ،٢١٩ ،٦٨١

ثم نوجد حاصل ضرب كل قيمتين متقابلتين فنحصل على القيم التالية :

٣٨٨, —١٢٤, —٥٥٤ ،٠٦٥ ،٠٤٩ ،٠٠٨ ،١١٤ ،٣٨٤

ثم نوجد حاصل جمع كل هذه القيم لنحصل على القيمة ٠,٣٣٠ نكرر هذه العملية بالنسبة لبقية صفوف جدول الارتباطات الأصلية وندون القيم فى الصف و من الجدول (٥ — ٦) .

٣ — نوجد قيم الصف ز من الجدول (٥ — ٦) وذلك بطرح كل قيمة من قيم تشبع الاختبارات بالعامل الثانى من القيم المقابلة لها بالصف و ، ثم نطرح من باقى الطرح ، قيمة حاصل ضرب القيمة المقابلة من الصف ى من الجدول (٥ — ٥) فى معامل التصحيح هكذا :

باقى طرح قيمة تشبع الاختبار الأول بالعامل الثانى من القيمة المقابلة من الصف و = ٣٣٠, — ١٧٠, = ٠,١٦٠ معامل التصحيح يساوى المجموع الكلى لحاصل ضرب كل قيمة من قيم الصف هـ فى القيمة المقابلة لها من الصف ى أى — ٠٢٣٤,

وحاصل ضرب القيمة الأولى من الصف ى فى معامل التصحيح = ٧٢٧, × — ٠٢٣٤, = — ٠١٧, فتكون القيمه الأولى من الصف ز فى الجدول (٥—٦) = ١٦٠, — (— ٠١٧,) = ١٦٠, + ٠١٧, = ١٧٧,

والقيمة الثانية تبعا لذلك = (— ٥٦٠.) — (— ٢٧٠.) - (٥٠٢,) × (-٠٢٣٤.)

= — ٢٩٠, + ٠١٢, = — ٢٧٨,

وهكذا نتبع نفس العمليات لحساب بقية قيم الصف ز .

ومن الجدير بالذكر أنه كلما زاد عدد العوامل زاد عدد عوامل التصحيح

التى نستخدمها فى إزالة أثر الإرتباطات نتيجة تشبع الإختبارات بالعوامل . ومن الملاحظ أن عدد معاملات التصحيح تقل بمقدار واحد عن عدد العوامل التى يراد حساب التشبعات بها . وبعبارة أخرى إذا كان هناك عدد م من العوامل فإن عدد معاملات التصحيح يساوى م — ١ .

٤ — بعد إيجاد قيم الصف ز، نحسب القيمة ك_1^2 وذلك بإيجاد المجموع الكلى لحاصل ضرب كل قيمة من قيم الصف هـ فى القيمة المقابلة لها فى الصف ز . ثم نوجد الجـــذر التربيعى لمقلوب القيمة ك_1^2 أى

$$\sqrt{\frac{1}{\text{ك}_1^2}} = \frac{1}{\text{ك}_1}$$

فالقيمة $\text{ك}_1^2 =$ ١ر١٠٨٠ $\therefore \frac{1}{\text{ك}_1} =$ ٩٥٠٠ر

٥ — ولحساب تشبع الإختبارات الجديدة بالعامل الثانى ؛نوجد حاصل ضرب $\frac{1}{\text{ك}_1}$ فى كل قيمة من قيم الصف ز . فتشبع الإختبار الأول الجديد بالعامل الثانى = ١٧٧و × ٩٥٠٠و = ١٦٨و . وهكذا بالنسبة لبقية القيم والتى ندونها فى الصف ح .

جدول (٥ — ٦) : حساب تشبع الإختبارات بالعامل الثانى

	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
هـ	٣٨٨و	-٣٩٩و	-١,٣٦٨	١٤٣و	٠٩٨و	٠٢٤و	٢١٩و	٦٨١و
ر	٣٣٠و	-٥٦٠و	-٩٨٠و	١٥٠و	١١٣و	٠٣٨و	١٩٠و	٥٨٠و
ز	١٧٧و	-٢٧٨و	-٤٩٥و	٠٨٥و	٠٦٨و	٠٢٧و	١٠٧و	٣٠٦و
ح	١٦٨و	-٢٦٤و	-٤٧٠و	٠٨١و	٠٦٥و	٠٢٦و	١٠٢و	٢٩١و

وإذا كان هناك إختلاف واضح بين التشبعات الجديدة والتشبعات التى نبدأ بها التحليل ، فإننا نكرر العمليات التى تناولناها باستخدام التشبعات الجديدة لنصل إلى تشبعات جديدة أخرى . وهكذا إلى أن يقل الإختلاف بين التشبعات التى نبدأ بها التحليل والتشبعات التى نستخلصها . ومن الجدير بالذكر أننا نحتاج عادة تكرار إستخلاص التشبعات مرة واحدة ، وذلك لأن التشبعات التى نبدأ بها التحليل غالباً ما تكون قريبة من التشبعات الحقيقية التى نحاول إستخلاصها . ويتضح ذلك من الجدول (٥ — ٧) الذى يبين تشبع الاختبارات النهائية بالعاملين وتشبع الاختبارات التى بدأنا بها عملية التحليل .

جدول (٥ — ٧) : مقارنة تشبع الاختبارات النهائية بتشبعاتها التى بدأنا بها التحليل

	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
تشبع الإختبارات بالعامل الأول	,٧٢٥	,٥٠٣	,٦٦٤	,٦٦١	,٦٢٣	,٣٩٩	,٧٢٦	,٦٩٤
تشبع الإختبارات بالعامل الثانى	,١٧٢	— ,٢٦١	— ,٤٦٨	,٠٨٧	,٦٠٩	,٠٢٧	,١٠٦	,٢٩١
التباين الخاص	,٤٤٥	,٦٧٩	,٣٤٠	,٥٥٦	,٦٠٧	,٨٤٠	,٤٦٢	,٤٣٤

ويمكن بعد إستخلاص العوامل أن نخضعها لعملية التدوير حتى نصل بها إلى وضع سيكولوجى نرتضيه . ولكن يجب قبل عملية التدوير أن نتأكد من دلالة العوامل . وهذا أمر تواجهه طرق التحليل العاملى المختلفة حيث يجب ألا يكون الهدف من التحليل هو مجرد إستخلاص العوامل دون معرفة دلالتها . والنقد الموجه إلى غالبية طرق التحليل يأتى من أنها لا تحدد لنفسها من مقاييس الدلالة ما يمكن أن نستخدمه بدقة فى تقرير ما إذا كانت العوامل المستخلصة ذات دلالة أم لا . وتقدم طريقة الاحتمال

الأقصى وسيلة مرضية لقياس دلالة العوامل التى نستخلصها ، بشرط أن يكون عدد أفراد العينة التى نطبق عليها الاختبارات كبيرا نوعا . ويتم قياس دلالة التشبعات بالخطوات التالية :

١ — نوجد مصفوفة البواقى بعد إستبعاد أثر الإرتباطات نتيجة تشبع المتغيرات بالعاملين . ويستخدم لهذا الغرض التشبعات النهائية التى ينتهى إليها التحليل . ثم ندخل قيم التباين الخاص لكل إختبار فى الخلايا القطرية من مصفوفة البواقى فنحصل على المصفوفة المبينة بالجدول (٥ — ٨) .

جدول (٥ — ٨) : مصفوفة البواقى

[illegible]	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
١	٤٤٥و	— ٠٠٨و	— ٠٠٤و	٠٣٧و	— ٠٣٦و	٠٥٦و	— ٠٢٤و	٠١١و
٢	— ٠٠٨و	٦٧٩و	٠٠٤و	٠٠٦و	— ٠١٦و	— ٠٢١و	٠٠١و	٠١٥و
٣	٠٠٤و	٠٠٤و	٣٤٠و	— ٠٠٤و	— ٠٠١و	٠٠٦و	٠٠١و	— ٠٠٢و
٤	— ٠٣٧و	٠٠٦و	— ٠٠٤و	٥٥٦و	٠٤٢و	— ٠٤٤و	٠٢٧و	٠٠٢و
٥	٠٣٦و	— ٠١٦و	— ٠٠١و	٠٤٢و	٦٠٧و	— ٠١١و	— ٠١٩و	— ٠٣٥و
٦	٠٥٦و	— ٠٢١و	٠٠٦و	— ٠٤٤و	— ٠١١و	٨٤٠و	٠٠٩و	— ٠٢٣و
٧	— ٠٢٤و	٠٠١و	٠٠١و	٠٢٧و	— ٠١٩و	٠٠٩و	٤٦٢و	٠١٢و
٨	٠١١و	٠١٥و	— ٠٠٢و	٠٠٢و	— ٠٣٥و	— ٠٢٣و	٠١٢و	٤٣٤و

٢ — من مصفوفة البواقى هذه يمكن حساب المعيار الذى نرمز له بالرمز ع لنقرر ما إذا كان إفتراض وجود عاملين فقط يجب قبوله أو رفضه . نوجه مربع كل قيمة من قيم مصفوفة البواقى ثم نقسم مربع القيمة

على حاصل ضرب قيمتى الخليتين القطريتين المقابلتين ، هكذا .

مربع باقى الإختبارين ٤ ، ٧ = (٠٢٧,)^{٢}

حاصل ضرب قيمتى الخليتين القطريتين للإختبارين ٤ ، ٧ = ٥٥٦,
× ٤٦٢, ٠ .

وخارج قسمة القيمتين = $\frac{(\text{٠٢٧,})^{٢}}{\text{٥٥٦,} \times \text{٤٦٢}}$ = ٠٠٢٨٣٨,

وبتكرار هذه العملية السابقة نحصل على ٢٨ قيمة حيث يوجد هناك ٢٨ قيمة من البواقى . وبجمع هذه القيم وضربها فى عدد أفراد العينة (٤٤٣ فردا) نحصل على قيمة المعيار ع أى ٢٠,١ . وعندما يكون أفراد العينة كبيرا نوعا فإن توزيع قيم المعيار ع يشبه تقريباً توزيع كا^{٢} بدرجات حرية تحددها المعادلة التالية :

$\frac{١}{٢}$ [(ن — م)^{٢} — ن — م]

حيث ن = عدد الإختبارات

م = عدد العوامل

وحيث أن ن فى مثالنا هذا تساوى ثمانية إختبارات ، م تساوى عاملين فإن عدد درجات الحرية تساوى $\frac{١}{٢}$ [(٨ — ٢)^{٢} — ٨ — ٢] = ١٣ درجة . وبالكشف فى جدول كا^{٢} بدرجات حرية ١٣ نجد أن مستوى دلالة ٠١, هو ٢٧,٧ . ويعنى هذا أنه إذا كان إفتراض وجود عاملين صحيحاً ، فإن فرصة الحصول على قيمة للمعيار ع أكبر من القيمه ٢٧,٧ هى ١ فى المائة. وعلى ذلك إذا حصلنا على قيمة للمعيار ع أكبر من القيمة ٢٧,٧ فسيكون هناك ما يبرر رفض الفرض السابق أى إفتراض وجود أكثر من عاملين . ولكن قيمة المعيار ع فى مثالنا هذا هى ٢٠,١ فقط أى أقل من

مستوى دلالة ١ فى المائة بدرجة واضحة . وبذلك لا يكون هناك أى أساس لرفض ما أقمناه من إفتراض . ومعنى هذا أنه لا يوجد ما يبرر إفتراض وجود أكثر من عاملين . وجدير بالذكر أن نؤكد أن مقياس الدلالة الذى تناولناه لا يفيد فى حالة إستخدام طرق آخرى غير طريقة الإحتمال الأقصى . وذلك لأن قيمة كا٢ تكبر بدرجة واضحة مما يسبب زيادة مدى دلالتها .

الفصل ٦

الطريقة القطرية

The Diagonal Method

تعتبر الطريقة القطرية طريقة بسيطة . لكن تطبيقها يتطلب تقديرا دقيقا للإشتراكيات . ويمكن إستخدامها مع جدول إرتباطات من أى حجم . وفيما يلى شرح لخطوات هذه الطريقة باستخدام مصفوفة الإرتباطات المبينة بالجدول (٦ — ١) مع وضع الإشتراكيات المعروفة فى الخلايا القطرية الرئيسية .

جدول (٦ — ١) : مصفوفة الإرتباطات الأصلية مع الاشتراكيات فى الخلايا القطرية الرئيسية

المتغير	١	٢	٣	٤	٥
١	,٥٢	,٤٨	,٣٦	٤٠	,٥٨
٢	,٤٨	,٦٤	٠٠	,١٦	,٧٢
٣	,٣٦	٠٠	,٨١	,٦٣	,٠٩
٤	,٤٠	,١٦	,٦٣	,٥٣	,٢٥
٥	,٥٨	,٧٢	,٠٩	,٢٥	,٨٢

١ — نضع مصفوفه عامة لجدول التشبعات العاملية كما هو مبين بالجدول (٦ — ٢) . ويلاحظ من الجدول أن كل قيم الخلايا التى على يسار الخلايا القطرية الرئيسية قيما صفرية وأن عدد العوامل لايكون معروفا فى هذه

المرحلة من التحليل . وعلى ذلك تركت مواضع خالية بقدر ماهناك من متغيرات رغم أننا نتوقع أن يكون عددالعوامل أقل من عدد الإختبارات .

٢ — بما أن إشتراكية المتغير تساوى مجموع مربعات تشبعاته العاملية المشتركة وأن تشبعات المتغير ١ بالعوامل الأخرى غير العامل الأول قيما صفرية فإن $ا^{2}_{11} = هـ^{2}_{1}$.

$$ا_{11} = \sqrt{هـ^{2}_{1}} = \sqrt{٫٥٢} = ٫٧٢١١$$

جدول (٦—٢): المصفوفة العامة للتشبعات العاملية

المتغير	العامل ١	٢	٣	٤	٥	هـ٢
١	$ا_{11}$	٠	٠	٠	٠	$هـ^{2}_{1}$
٢	$ا_{12}$	$ا_{22}$	٠	٠	٠	$هـ^{2}_{2}$
٣	$ا_{13}$	$ا_{23}$	$ا_{33}$	٠	٠	$هـ^{2}_{3}$
٤	$ا_{14}$	$ا_{24}$	$ا_{34}$	$ا_{44}$	٠	$هـ^{2}_{4}$
٥	$ا_{15}$	$ا_{25}$	$ا_{35}$	$ا_{45}$	$ا_{55}$	$هـ^{2}_{5}$

ويمكن حساب تشبع المتغيرات الأخرى بالعامل الأول ، حيث أن الإرتباط بين متغيرين يساوى مجموع حاصل ضرب تشبعهما بالعوامل المشتركة . وعلى ذلك فإن .

$$ر_{21} = ا_{11}ا_{12} + ا_{21}ا_{22} + ا_{31}ا_{32} + ا_{41}ا_{42} + ا_{51}ا_{52}$$

ولكن حواصل الضرب بعد القيمة الأولى تتضمن قيما صفرية ولذا فالمعادلة تختصر إلى

$ر_{٢١} = ا_{١١} ا_{١٢}$

$ا_{١٢} = \frac{ر_{٢١}}{ا_{١١}}$ وبالتعويض عن كل من قيمة $ر_{٢١}$ و $ا_{١١}$.

$ا_{١٢} = \frac{٠,٤٨}{٠,٧٢١١} = ٠,٦٦٥٦$

وبالمثل فإن $ا_{٢٣} = \frac{ر_{٣١}}{ا_{١١}} = \frac{٠,٣٦}{٠,٧٢١١} = ٠,٧٩٩٢$

$ا_{١٤} = \frac{ر_{٤١}}{ا_{١١}} = \frac{٠,٤٠}{٠,٧٢١١} = ٠,٥٥٤٧$

$ا_{١٥} = \frac{ر_{٥١}}{ا_{١١}} = \frac{٠,٥٨}{٠,٧٢١١} = ٠,٨٠٤٣$

ونستنتج من هذا أن المعادلة العامة لحساب تشبع المتغيرات بالعامل الأول بعد تحديد قيمة $ا_{١١}$ أى تشبع المتغير الأول بالعامل الأول هى :

$ا_{١م} = \frac{ر_{١م}}{ا_{١١}}$

حيث $ا_{١م}$ = تشبع المتغير م بالعامل الأول

$ر_{١م}$ = معامل الإرتباط بين المتغير ا والمتغير م

$ا_{١١}$ = تشبع المتغير الأول بالعامل الأول

ويتضح من جدول مصفوفة التشبعات أن

$ا^{٢}_{١٢} + ا^{٢}_{٢٢} = هـ^{٢}_{٢}$

$ا^{٢}_{٢٢} = هـ^{٢}_{٢} - ا^{٢}_{١٢}$

$ا_{٢٢} = \sqrt{هـ^{٢}_{٢} - ا^{٢}_{١٢}}$ وبالتعويض عن $هـ^{٢}_{٢}$ ، $ا^{٢}_{١٢}$.

$$ا_{٢٢} = \sqrt{,٦٤ - (,٦٦٥٦)^{٢}} = ,٤٤٣٨$$

وبما أن الإرتباط بين المتغيرين يساوى مجموع حاصل ضرب تشبعهما بالعوامل المشتركة فإن

$$ر_{٢٣} = ا_{١٢}ا_{١٣} + ا_{٢٢}ا_{٢٣} + ا_{٣٢}ا_{٣٣} + ا_{٤٢}ا_{٤٣} + ا_{٥٢}ا_{٥٣}$$

ولما كانت حواصل الضرب بعد القيمة الأولى والثانية تحتوى على قيم صفرية فان المعادلة يمكن إختصارها إلى

$$ر_{٢٣} = ا_{١٢}ا_{١٣} + ا_{٢٢}ا_{٢٣}$$

$$ا_{٢٣} = \frac{ر_{٢٣} - ا_{١٢}ا_{١٣}}{ا_{٢٢}}$$ وبالتعويض عن القيم المعلومة

$$ا_{٢٣} = \frac{٠ - (,٦٦٥٦ \times ,٤٩٩٢)}{,٤٤٣٨} = - ,٧٤٧٩$$ وبالمثل فإن

$$ا_{٢٤} = \frac{ر_{٢٤} - ا_{١٢}ا_{١٤}}{ا_{٢٢}}$$

$$= \frac{,١٦ - (,٦٦٥٦ \times ,٥٥٤٧)}{,٤٤٣٨} = - ٤٧١٤$$

$$ا_{٢٥} = \frac{ر_{٢٥} - ا_{١٢}ا_{١٥}}{ا_{٢٢}}$$

$$= \frac{,٧٢ - (,٦٦٥٦ \times ,٨٠٤٣)}{,٤٤٣٨} = ,٤١٦١$$

وفيما يلى المعادلة العامة للحصول على تشبع المتغير م بالعامل الثانى بعد حساب تشبع المتغير ٢ بالعامل الثانى أى $ا_{٢٢}$:

$$ا_{٢م} = \frac{ر_{٢م} - ا_{١٢}\ ا_{١م}}{ا_{١١}}$$

وبهذا يتضح أن الخطوة الأولى فى حساب تشبع المتغيرات بعامل ماهى دائماً إيجاد قيمة التشبع فى الخلية القطرية الرئيسية لهذا العامل .

وبالنسبة للعامل الثالث فإن

$$ا^{٢}_{١٣} + ا^{٢}_{٢٣} + ا^{٢}_{٣٣} = هـ^{٢}_{٣}$$

أى $ا^{٢}_{٣٣} = هـ^{٢}_{٣} - (ا^{٢}_{١٣} + ا^{٢}_{٢٣})$

$ا_{٣٣} = \sqrt{هـ^{٢}_{٣} - (ا^{٢}_{١٣} + ا^{٢}_{٢٣})}$ بالتعويض عن القيم المعلومة

$$ا_{٣٣} = \sqrt{,٨١ - (,٤٩٩٢^{٢} + ,٧٤٨٩^{٢})} = ,٠٠٧٢$$

ومن الملاحظ أن قيمة هذا التشبع تدور حول القيمة الصفرية . ولذا يجب إستبدال المتغير الثالث بالمتغيرات التى تليه كل على حدة . فإذا كان التشبع $ا_{٣٣}$ فى كل مرة يدور حول القيمة الصفرية بغض النظر عن المتغير الذى يوضع فى المكان الثالث ، فان التحليل يكون قد إكتمل ولا يوجد أكثر من عاملين . وبذلك يمكن أن نستخلص القاعدة العامة التالية :

إذا كان تشبع المتغير م ($ا_{مم}$) مساويا للصفر بغض النظر عن المتغير الذى يوضع فى مكان المتغير م فان عدد العوامل يساوى م — ١ . وفى مثالنا هذا كان تشبع المتغير الثالث $ا_{٣٣}$ يدور حول الصفر ، بغض النظر عن المتغير الذى يوضع فى مكان المتغير الثالث ، وبذلك لم نستخلص إلا عاملين . ثم ندون النتائج فى المصفوفة المبينة بالجدول (٦ — ٣) .

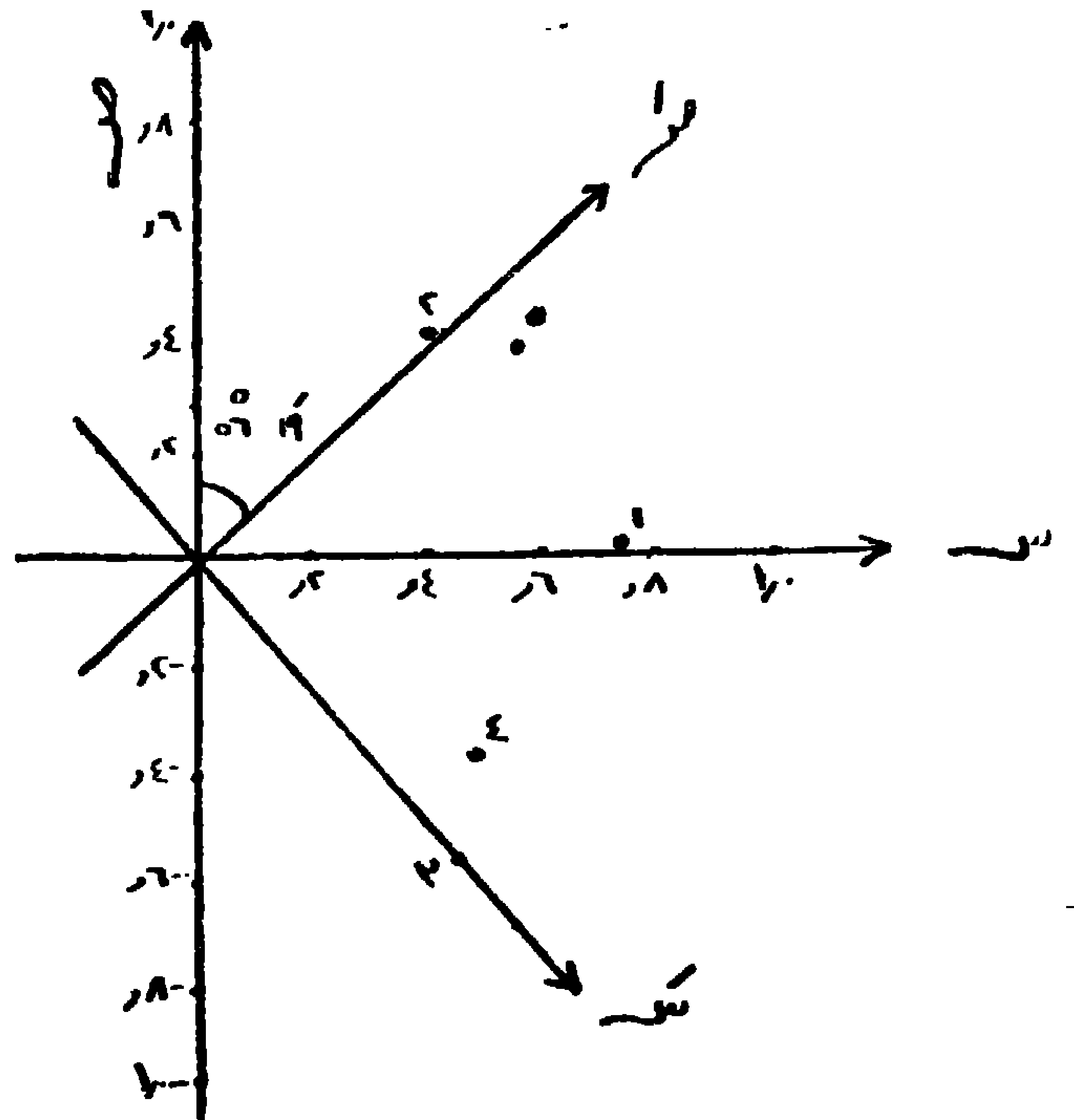
جدول (٦ — ٣) : التشبعات العاملية باستخدام الطريقة القطرية

المتغير	العامل					هـ٢
	١	٢	٣	٤	٥	
١	٧٢١١و	٠	٠	٠	٠	٥٢و
٢	٦٦٥٦و	٤٤٣٨و	٠	٠	٠	٦٤و
٣	٤٩٩٢و	– ٧٤٨٩و	٠	٠	٠	٨١و
٤	٥٥٤٧و	– ٤٧١٤و	٠	٠	٠	٥٣و
٥	٨٠٤٣و	٤١٦١و	٠	٠	٠	٨٢و

ويمكن مراجعة دقة العمليات الحسابية بحساب الإشتراكيات ومعاملات الإرتباط من التشبعات العاملية . حيث يجب أن تتفق مع القيم الأصلية مع وجود فروق فى حدود الصفر . ويمكن إعتبار التشبعات العاملية لكل متغير إحداثيات له على محاور مرجعية متعامدة .

ويمكن تمثيل تشبع المتغيرات المبينة بالجدول (٦ — ٣) بمحورين متعامدين كما يتضح من الشكل (٦ — ١) . ويمكن تدوير المحاور المرجعية أى عدد من الدرجات .

شكل (٦ — ١)



ويلاحظ من الشكل أن المحورين قد تم تدويرهما بزاوية مقدارها ١٩ ′ ٥٦° في إتجاه عقرب الساعة حيث تصبح كل التشبعات العاملية موجبة . ويبين الجدول (٦ — ٤) التشبعات العاملية بعد تدوير المحاور .

جدول (٦ — ٤) : التشبعات العاملية بعد تدوير المحاور

المتغير	العامل		هـ٢
	١	٢	
١	٤و	٦و	٥٢و
٢	٠	٨و	٦٤و
٣	٩و	٠	٨١و
٤	٧و	٢و	٥٣و
٥	١و	٩و	٨٢و

الفصل ٧

طريقة العوامل المتعددة

Multiple Group Method

تعتبر طريقة العوامل المتعددة تعديلا للطريقة المركزية . وتتضح أهميتها فى إستخلاص عدة عوامل فى وقت واحد بدلا من إستخلاص عاملا فى كل مرة . فنى هذه الطريقة توضع بعض الاختبارات أو كلها فى مجموعات حيث تمر الموجهات المرجعية بمراكز هذه المجموعات بدلا من أن تمر بمركز الاختبارات كلها كما هو الحال فى الطريقة المركزية . ويحسن إستخدام هذه الطريقة مع المتغيرات التى نعرف عنها القدر الكافى حتى يمكن تحديدها فى مجموعات مستقلة لنحصل على تشبعات عاملية تقترب من تشبعات العوامل المدارة . وبذلك نحتاج من عمليات التدوير قدراً أقل مما تتطلبه الطريقة المركزية . وبعد إستخلاص عدة عوامل فى وقت واحد ، يمكن حساب جدول بواقى الارتباطات ، وتحديد ماإذا كان يحتوى على تباين مشترك إضافى أم لا . وإذا ماقررنا أن جدول البواقى يحتوى على عوامل إضافية ، فإنه يمكن إستخلاصها بطريقة العوامل المتعددة أو بالطريقة المركزية أو بأى طريقة أخرى مناسبة .

تبدأ طريقة العوامل المتعددة بتقدير الاشتراكيات تقديرا دقيقاً . فإذا كانت لدينا مصفوفة إرتباطات كما بالجدول (٧ — ١) فإنه يمكن حساب هذه الاشتراكيات بإستخدام الطريقة المركزية كما يلى :

نوجد لكل إختبار مصفوفة إرتباطات ٤ × ٤ ، تحتوى على المتغير وثلاث متغيرات أخرى يرتبط بها إرتباطا عاليا . فبالنسبة للإختبار الأول نحصل على مصفوفة الارتباطات المبينة بالجدول (٧ — ٢) ، حيث ندخل أكبر قيمة من قيم الارتباطات فى كل عمود فى الخلية القطرية .

جدول (٧—١) : مصفوفة الإرتباطات الأصلية

المتغير	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١
١	٫٥٢	٫٤٠	٫٤١	٫٣٧	٫٢٠	٫٣٢	٫٥٢	٫٥٥	٫٠٢	٫٢٧	٫٣٦
٢	٫٤٠	٫٤٤	٫١٨	٫٢٨	٫١٥	٫٤٦	٫٢٣	٫٢٣	٫٠١	٫١٤	٫٣٠
٣	٫٤١	٫١٨	٫٤٠	٫٣٣	٫٣٢	٫١٨	٫٢٩	٫٣٥	٫١٨	٫٤١	٫٢٠
٤	٫٣٧	٫٢٨	٫٣٣	٫٤١	٫٣٨	٫٢٨	٫١٧	٫٢٢	٫٢٢	٫٢٦	٫٣٦
٥	٫٢٠	٫١٥	٫٣٢	٫٣٨	٫٥٠	٫١٦	—٫٠٢	٫٠٨	٫٤٧	٫٣٣	٫٣١
٦	٫٣٢	٫٤٦	٫١٨	٫٢٨	٫١٦	٫٤٤	٫١٥	٫١٨	٫٠٧	٫١٤	٫٢٨
٧	٫٥٢	٫٢٣	٫٢٩	٫١٧	—٫٠٢	٫١٥	٫٥٩	٫٦٧	—٫١٣	٫١٣	٫١٦
٨	٫٥٥	٫٢٣	٫٣٥	٫٢٢	٫٠٨	٫١٨	٫٦٧	٫٦٤	—٫٠٦	٫٢٠	٫١٢
٩	٫٠٢	٫٠١	٫١٨	٫٢٢	٫٤٧	٫٠٧	—٫١٣	—٫٠٦	٫٣٦	٫٢٥	٫١٨
١٠	٫٢٧	٫١٤	٫٤١	٫٢٦	٫٣٣	٫١٤	٫١٣	٫٢٠	٫٢٥	٫٣٧	٫٢٠
١١	٫٣٦	٫٣٠	٫٢٠	٫٣٦	٫٣١	٫٢٨	٫١٦	٫١٢	٫١٨	٫٢٠	٫٣٥

جدول (٧ — ٢) : مصفوفة إرتباطات الإختبار الأول بثلاث متغيرات أخرى

المتغير	١	٨	٧	٣
١	٫٥٥	٫٥٥	٫٥٢	٫٤١
٨	٫٥٥	٫٦٧	٫٦٧	٫٣٥
٧	٫٥٢	٫٦٧	٫٦٧	٫٢٩
٣	٫٤١	٫٣٥	٫٢٩	٫٤١
مجـ ر١	٢٫٠٣	٢٫٢٤	٢٫١٥	١٫٤٦

مجـ ت = ٧٫٨٨

ويمكن حساب إشتراكية الإختبار بالمعادلة التالية :

$$\text{هـ}^{2} = \frac{(\text{مجـ ر}_{1})^{2}}{\text{مجـ ت}}$$

حيث مجـ ر١ = مجموع قيم العمود الأول

مجـ ت = مجموع قيم المصفوفة كلها

وبهذه الطريقة نحسب إشتراكية بقيه الإختبارات . ثم ندخل هذه الإشتراكيات فى الخلايا القطرية الرئيسية بمصفوفة الارتباطات الأصلية . وبعد حساب إشتراكيات الاختبارات وإدخالها فى الخلايا القطرية نرتب المتغيرات فى مجموعات . ويجب أن تحتوى كل مجموعة على ثلاث أو أربع إختبارات على الأقل . ويمكن إستخدام التحليل التجمعى Cluster analysis أو ما نعلمه عن التكوين العاملى للإختبارات ، للإسترشاد به فى عملية التجميع . وليس من الضرورى أن تحتوى المجموعات على نفس العدد من المتغيرات . وقد تم تكوين خمسة مجموعات من مصفوفة الارتباطات الأصلية هى :

المجموعة الأولى $ح_1$ وتشمل الاختبارات ١ ، ٧ ، ٨

المجموعة الثانية $ح_2$ وتشمل الاختبارين ٥ ، ٩

المجموعة الثالثة $ح_3$ وتشمل الاختبارين ٢ ، ٦

المجموعة الرابعة $ح_4$ وتشمل الاختبارين ٣ ، ١٠

المجموعة الخامسة $ح_5$ وتشمل الاختبارين ٤ ، ١١

يتضح مما سبق أن معظم المجموعات تتكون من إختبارين فقط . لذا فيجب على الباحث ألا يستخدم تلك المجموعات الصغيرة إلا إذا عرف طبيعة الاختبارات معرفة جيدة . وبعد تجميع المتغيرات فى مجموعات نقوم بحساب تشبع المتغيرات بالعوامل المرتبطة تبعا للخطوات التالية :

١ — نوجد حاصل جمع كل مجموعة على حدة فى كل عمود من مصفوفة الارتباطات الأصلية ، فنحصل بذلك على عدد من حواصل الجمع بقدر ماهناك من مجموعات . وندون حاصل الجمع فى الصف المقابل له . فحاصل جمع إرتباطات إختبارات المجموعة الأولى بالاختبار ١ يساوى ١,٥٩ حيث ندون هذه القيمة فى صف المجموعة الأولى $ح_1$. وكذلك حاصل جمع إرتباطات إختبارات المجموعة الثانية بالاختبار ١ يساوى ,٢٢ حيث ندون هذه القيمة فى صف المجموعة $ح_2$. وهكذا إلى أن نحصل على المصفوفة س المبينة بالجدول (٧ — ٣) .

جدول (٧ — ٣) : المصفوفة س

	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١
المجموعة $ح_1$	١,٥٩	٨٦	١ ٠٥	,٧٦	,٢٦	,٦٥	١,٧٨	١,٨٦	— ,١٧	,٦٠	,٦٤
المجموعة $ح_2$	,٢٢	,١٦	,٥٠	,٦٠	,٩٧	,٢٣	— ,١٥	,٠٢	,٨٣	,٥٨	,٤٩
المجموعة $ح_3$	,٧٢	,٩٠	,٣٦	,٥٦	,٣١	,٩٠	,٣٨	,٤١	,٠٨	,٢٨	,٥٨
المجموعة $ح_4$	,٦٨	,٣٢	,٨١	,٥٩	,٦٥	,٣٢	,٤٢	,٥٥	,٤٣	,٧٨	,٤٠
المجموعة $ح_5$	,٧٣	,٥٨	,٥٣	,٧٧	,٦٩	٥٦	,٣٣	,٣٤	,٤٠	,٤٦	,٧١

٢ — نوجد حاصل جمع إرتباطات كل مجموعة فى كل صف وندون النتائج فى المصفوفة ت المبينة بالجدول (٧ — ٤). فمثلا حاصل جمع قيم المجموعة الأولى التى تتكون من الإختبارات ١، ٧، ٨ فى الصف ح١ يساوى ١,٥٩ + ١,٧٨ + ١,٨٦ = ٥,٢٣ حيث ندون هذه القيمة فى الخلية الأولى فى الصف ح١ من المصفوفة ت . وحاصل جمع قيم المجموعة الثانية يساوى ,٢٦ + (— ,١٧) = ,٠٩ . ونضع حاصل الجمع هذا فى الخلية الثانية . وهكذا إلى أن نحصل على بقية قيم المصفوفة ت .

جدول (٧ — ٤) : مصفوفة ت

	ح١	ح٢	ح٣	ح٤	ح٥
ح١	٥,٢٣	,٠٩	١,٥١	١,٦٥	١,٤٠
ح٢	,٠٩	١,٨٠	,٣٩	١,٠٨	١,٠٩
ح٣	١,٥١	,٣٩	١,٨٠	,٦٤	١,١٤
ح٤	١,٦٥	١,٠٨	,٦٤	١,٥٩	,٩٩
ح٥	١,٤٠	١,٠٩	١,١٤	,٩٩	١,٤٨

٣ — نوجد مقلوب الجذر التربيعى لكل قيمة من قيم الخلايا القطرية فى المصفوفة ت . والقيم التى نحصل عليها هى الأوزان التى نستخدمها مع حواصل جمع المجموعة فى المصفوفة س لنحصل على تشبع المتغيرات بالعوامل المرتبطة . ومعادلة الأوزان هى :

$$و_{ا} = \frac{١}{\sqrt{ء_{ا}}}$$

حيث أن $ء_{ا}$ قيمة الخلية القطرية من المصفوفة ت للصف ا .

فقيمة الخلية القطرية فى الصف الأول هى ٥,٢٣ ، ومقلوب جذرها التربيعى يساوى ٠,٤٣٧٢٦٩ وبذلك نحصل على الأوزان التالية :

و$_{١}$ = ,٤٣٧٢٦٩

و$_{٢}$ = ,٧٤٥٣٥٦

و$_{٣}$ = ,٧٤٥٣٥٦

و$_{٤}$ = ,٧٩٣٠٥٣

و$_{٥}$ = ,٨٢١٩٩٧

٤ — نوجد حاصل ضرب كل قيمة من قيم كل صف من المصفوفة س فى الوزن المقابل لكل صف . وندون النتائج فى المصفوفة ص المبينة بالجدول (٧ — ٥) . فمثلا بضرب القيمة ١,٥٩ فى الوزن المقابل لها ,٤٣٧٢٦٩ نحصل على القيمة ,٦٩٥٣ للخلية الأولى . وهكذا إلى أن نحصل على بقية قيم المصفوفة .

جدول (٧ — ٥) : المصفوفة ص

	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١
العامل الأول	٦٩٥٣و	٢٧٦١و	٤٥٩١و	٣٣٢٣و	١١٣٧و	٢٨٤٢و	٧٧٨٣و	٨١٣٣و	٠٧٤٣و	٢٦٢٤و	٢٧٩٩و
العامل الثانى	١٦٤٠و	١١٩٣و	٣٧٢٧و	٤٤٧٢و	٧٢٣٠و	١٧١٤و	— ١١١٨و	٠١٤٩و	٦١٨٦و	٤٣٢٣و	٣٦٥٢و
العامل الثالث	٥٣٧٦و	٦٧٠٨و	٢٦٨٣و	٤١٧٤و	٢٣١١و	٦٧٠٨و	— ٢٨٣٢و	٣٠٥٦و	٠٥٩٦و	٢٠٨٧و	٤٣٢٣و
العامل الرابع	٥٣٩٣و	٢٥٣٨و	٦٤٢٤و	٤٦٧٩و	٥١٥٥و	٢٥٣٨و	٣٧٣١و	٤٣٦٢و	٣٤١٠و	٦١٨٦و	٣١٧٢و
العامل الخامس	٦٠٠١و	٤٧٦٨و	٤٣٥٧و	٦٢٢٩و	٥٦٧٢و	٤٦٠٣و	٢٧١٣و	٢٧٩٥و	٣٢٨٨و	٢٧٨١و	٥٨٣٦و

وتمثل قيم المصفوفة ص تشبع المتغيرات بالعوامل المرتبطة والتى تمر بمراكز المجموعات . ويمكن الإنتهاء من التحليل عند هذا الحد بعد أن نتأكد من مصفوفة البواقى أن كل التباين المشترك قد أستخلص . وإذا رغب الباحث فى تدوير العوامل فيجب عليه تحويلها أولا إلى عوامل متعامدة بالعمليات الموضحة بالخطوات التالية :

١ — نوجد حاصل ضرب كل قيمة من قيم كل صف من المصفوفة ت فى الوزن المقابل له . وندون النتائج فى المصفوفة ى المبينة بالجدول(٧—٦).

٢ — نوجد حاصل ضرب كل قيمة من قيم كل عمود فى المصفوفة ى فى الوزن المقابل له . أى نضرب قيم العمود الأول فى الوزن $و_{١}$ وقيم العمود الثانى فى الوزن $و_{٢}$ وهكذا . وندون النتائج فى المصفوفة ل المبينة بالجدول (٧ — ٧) .

جدول (٧ - ٦) : المصفوفة ى

١	٢	٣	٤	٥
٢٫٢٨٦٩	٫٠٣٩٤	٫٦٦٠٣	٫٧٢١٥	٫٦١٢٣
٫٠٦٧١	١٫٣٤١٦	٫٢٩٠٧	٫٨٠٥٠	٫٨١٢٤
١٫١٢٥٥	٫٢٩٠٧	١٫٣٤١٦	٫٤٧٧٠	٫٨٤٩٧
١٫٣٠٨٥	٫٨٥٦٥	٫٥٠٧٦	١٫٢٦١٠	٫٧٨٥١
١٫١٥٠٨	٫٨٩٦٠	٫٩٣٧١	٫٨١٣٨	١٫٢١٦٦

جدول (٧ - ٧) : المصفوفة ل

	١	٢	٣	٤	٥
١	٩٩٩٩و	٠٢٩٤و	٤٩٢٢و	٥٧٢٢و	٥٠٣٢و
٢	٠٢٩٤و	١و٠٠٠٠	٢١٦٧و	٦٣٨٤و	٦٦٧٨و
٣	٤٩٢٢و	٢١٦٧و	١و٠٠٠٠	٣٧٨٣و	٦٩٨٥و
٤	٥٧٢٢و	٦٣٨٤و	٣٧٨٣و	١و٠٠٠٠	٦٤٥٤و
٥	٥٠٣٢و	٦٦٧٨و	٦٩٨٥و	٦٤٥٤و	١و٠٠٠٠

يتضح من المصفوفة أن قيم الخلايا القطرية الرئيسية تساوى الوحدة تقريباً . وتمثل بقية قيم المصفوفة الأخرى الارتباطات بين العوامل .

٣ — ولكى نوجد مصفوفة التحويل التى يمكننا أن نحول بها تشبع العوامل المرتبطة إلى تبشع عوامل متعامدة ، فإننا نقوم بتحليل المصفوفة ل باستخدام الطريقة القطرية مع إستخدام الوحدات فى الخلايا القطرية . وبهذا نحصل على المصفوفة ف المبينة بالجدول (٧ — ٨) .

والمصفوفة التى يمكننا بها تحويل العوامل المرتبطة إلى عوامل متعامدة هى المصفوفة المحورة لمقلوب المصفوفة ف .

جدول (٧ — ٨) : المصفوفة ف

	١	٢	٢	٤	٥
١	١,٠٠٠٠	٠	٠	٠	٠
٢	,٠٢٩٤	,٩٩٩٦	٠	٠	٠
٣	,٤٩٢٢	,٢٠٢٣	,٨٤٦٦	٠	٠
٤	,٥٧٢٢	,٦٢١٨	—,٠٣٤٤	,٥٣٣٦	٠
٥	,٥٠٣٢	,٦٥٣٣	,٣٧٦٤	—,٠٦٧١	,٤١٦٩

٥ — يمكن إستخدام الطريقة التى سبق ذكرها فى الفصل الثانى لقلب المصفوفة ، ولكن حيث أن المصفوفة التى نريد الحصول على مقلوبها مصفوفة مثلثة triangular matrix ، أى أن قيمها التى تعلو الخلايا القطرية الرئيسية قيما صفرية، فيمكن حساب مقلوبها بالطريقة المبسطة التالية .

ذكرنا فيما سبق أن حاصل ضرب المصفوفة مـ فى مقلوبها مـ^{-1} يساوى المصفوفة المتطابقة مـن . فإذا كانت مـ هى المصفوفة المثلثة وأن مـ^{-1} هى مقلوب المصفوفة التى نريد الحصول عليها فإنه يمكن تمثيل العلاقة بين المصفوفتين كما يلى :

$$\begin{Vmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \text{أ}_{١١} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \text{أ}_{٢٢} & \text{أ}_{١٢} \\ \cdot & \cdot & \text{أ}_{٣٣} & \text{أ}_{٢٣} & \text{أ}_{١٣} \\ \cdot & \text{أ}_{٤٤} & \text{أ}_{٣٤} & \text{أ}_{٢٤} & \text{أ}_{١٤} \\ \text{أ}_{٥٥} & \text{أ}_{٤٥} & \text{أ}_{٣٥} & \text{أ}_{٢٥} & \text{أ}_{١٥} \end{Vmatrix}_{\text{مـ}} \times \begin{Vmatrix} \text{ب}_{٥١} & \text{ب}_{٤١} & \text{ب}_{٣١} & \text{ب}_{٢١} & \text{ب}_{١١} \\ \text{ب}_{٥٢} & \text{ب}_{٤٢} & \text{ب}_{٣٢} & \text{ب}_{٢٢} & \text{ب}_{١٢} \\ \text{ب}_{٥٣} & \text{ب}_{٤٣} & \text{ب}_{٣٣} & \text{ب}_{٢٣} & \text{ب}_{١٣} \\ \text{ب}_{٥٤} & \text{ب}_{٤٤} & \text{ب}_{٣٤} & \text{ب}_{٢٤} & \text{ب}_{١٤} \\ \text{ب}_{٥٥} & \text{ب}_{٤٥} & \text{ب}_{٣٥} & \text{ب}_{٢٥} & \text{ب}_{١٥} \end{Vmatrix}_{\text{مـ}^{-1}}$$

٠	٠	٠	٠	٠و١	=
٠	٠	٠	٠و١	٠	
٠	٠	٠و١	٠	٠	
٠	٠و١	٠	٠	٠	
٠و١	٠	٠	٠	٠	

مـ~ن~

×	٠	٠	٠	٠	٠٠٠و١
	٠	٠	٠	٩٩٩٦و	٠٢٩٤و
	٠	٠	٨٤٦٦و	٢٠٢٣و	٤٩٢٢و
	٠	٥٣٣٦و	—٠٣٤٤و	٦٢١٨و	٥٧٢٢و
	٤٦١٩و	—٠٦٧١و	٣٧٦٤و	٦٥٢٣و	٥٠٢٢و

ف

٠	٠	٠	٠	١و	=	ب٥١	ب٤١	ب٣١	ب٣١	ب١١
٠	٠	٠	١و	٠		ب٥٢	ب٤٢	ب٣٢	ب٢٢	ب١٢
٠	٠	١و	٠	٠		ب٥٣	ب٤٣	ب٣٣	ب٢٣	ب١٣
٠	١و	٠	٠	٠		ب٥٤	ب٤٤	ب٣٤	ب٢٤	ب١٤
١و	٠	٠	٠	٠		ب٥٥	ب٤٥	ب٣٥	ب٢٥	ب١٥

مـ~ن~ ف^-١^

وبواسطة قاعدة ضرب الصف فى العمود يمكن وضع معادلات بسيطة للحصول على القيم المجهولة فى المصفوفة المقلوبة .

ومن حاصل ضرب الصف ١ × العمود ١ نحصل على

$$ا_{١١}ب_{١١} + ٠ \times ب_{١٢} + ٠ \times ب_{١٣} + ٠ \times ب_{١٤} + ٠ \times ب_{١٥} = ١٫٠$$

القيمة ١٫٠ هى القيمة الأولى فى العمود الأول من المصفوفة المتطابقة .

$$ا_{١١}\ ب_{١١} = ١٫٠$$

$$\therefore\ ب_{١١} = \frac{١٫٠}{ا_{١١}} \qquad \text{ولكن } ا_{١١} = ١٫٠$$

$$\therefore\ ب_{١١} = \frac{١٫٠}{١٫٠} = ١٫٠$$

ومن حاصل ضرب الصف ١ × العمود ٢ نحصل على

$$ا_{١١}ب_{٢١} + ٠ \times ب_{٢٢} + ٠ \times ب_{٢٣} + ٠ \times ب_{٢٤} + ٠ \times ب_{٢٥} = \text{صفر}$$

القيمة صفر هى القيمة التى تلى القيمة الأولى فى الصف الأول من المصفوفة المتطابقة .

$$\therefore\ ا_{١١}\ ب_{٢١} = \text{صفر} \qquad \text{لكن } ا_{١١} = ١٫٠$$

$$ب_{٢١} = \text{صفر}$$

وبنفس الطريقة يمكن بيان أن $ب_{٣١} = \text{صفر}$ ، $ب_{٤١} = \text{صفر}$ ، $ب_{٥١} = \text{صفر}$ وأن كل القيم التى تقع على يسار الخلايا القطرية الرئيسية تساوى قيما صفرية .

ومن حاصل ضرب الصف ٢ × العمود ٢ نحصل على

$$ا_{١٢}ب_{٢١} + ا_{٢٢}ب_{٢٢} + ٠ \times ب_{٢٣} + ٠ \times ب_{٢٤} + ٠ \times ب_{٢٥} = ١٫٠$$

$$ا_{١٢}ب_{٢١} + ا_{٢٢}ب_{٢٢} = ١٫٠ \qquad \text{لكن } ب_{٢١} = \text{صفر}$$

$$\therefore\ ا_{٢٢}ب_{٢٢} = ١٫٠$$

$$ب_{٢٢} = \frac{١٫٠}{أ_{٢٢}} = \frac{١٫٠}{٫٩٩٩٦} = ١٫٠٠٠٤$$

ويمكن بنفس الطريقة بيان أن كل القيم الأخرى فى الخلايا القطرية الرئيسية من المصفوفة المقلوبة تساوى مقلوب القيم المقابلة لها من المصفوفة وعلى ذلك فإن

$$ب_{٣٣} = \frac{١}{أ_{٣٣}} = \frac{١}{٫٨٤٦٦} = ١٫١٨١٢$$

$$ب_{٤٤} = \frac{١}{أ_{٤٤}} = \frac{١}{٫٥٢٣٦} = ١٫٨٧٤١$$

$$ب_{٥٥} = \frac{١}{أ_{٥٥}} = \frac{١}{٫٤١٦٩} = ٢٫٣٩٨٧$$

ومن حاصل ضرب الصف ٢ × العمود ١ نحصل على

$$أ_{١٢}ب_{١١} + أ_{٢٢}ب_{١٢} + ٠ \times ب_{١٣} + ٠ \times ب_{١٤} + ٠ \times ب_{١٥} = صفر$$

$$أ_{١٢}ب_{١١} + أ_{٢٢}ب_{١٢} = صفر$$

$$ب_{١٢} = -\frac{أ_{١٢}ب_{١١}}{أ_{٢٢}} = -\frac{(٫٠٢٩٤)(١٫٠)}{٫٩٩٩٦} = -٫٠٢٩٤$$

ومن حاصل ضرب الصف ٣ × العمود ٢ نحصل على

$$أ_{١٣}ب_{١٢} + أ_{٢٣}ب_{٢٢} + أ_{٣٣}ب_{٢٣} + ٠ \times ب_{٢٤} + ٠ \times ب_{٢٥} = صفر$$

$$أ_{١٣}ب_{٢١} + أ_{٢٣}ب_{٢٢} + أ_{٣٣}ب_{٢٣} = صفر$$

ولكن $ب_{٢١} = صفر$

$$\therefore\ أ_{٢٣}ب_{٢٢} + أ_{٣٣}ب_{٢٣} = صفر$$

$$ب_{٢٣} = -\frac{أ_{٢٣}ب_{٢٢}}{أ_{٣٣}} = -\frac{(٫٢٠٢٣)(١٫٠٠٠٤)}{٫٨٤٦٦} = -٫٢٣٩١$$

وبالمثل فإن $\text{ب}_{٣٤} = - \frac{\text{أ}_{٣٤}\,\text{ب}_{٣٣}}{\text{أ}_{٤٤}} = - \frac{(-٠٣٤٤\text{و})(١\text{و}١٨١٢)}{٥٣٣٦\text{و}} = ٠٧٦١\text{و}$

$$\text{ب}_{٤٥} = - \frac{\text{أ}_{٤٥}\,\text{ب}_{٤٤}}{\text{أ}_{٥٥}} = - \frac{(-٠٦٧١\text{و})(١\text{و}٨٧٤١)}{٤١٦١\text{و}} = ٣٠١٦\text{و}$$

ومن حاصل ضرب الصف ٣ × العمود ١ نحصل على

$$\text{أ}_{١٣}\,\text{ب}_{١١} + \text{أ}_{٢٣}\,\text{ب}_{١٢} + \text{أ}_{٣٣}\,\text{ب}_{١٣} + ٠ \times \text{ب}_{١٤} + ٠ \times \text{ب}_{١٥} = \text{صفر}$$

$$\text{أ}_{٢٣}\,\text{ب}_{٢٢} + \text{أ}_{٢٣}\,\text{ب}_{٢٢} + \text{أ}_{٣٣}\,\text{ب}_{١٣} = \text{صفر}$$

$$\text{ب}_{١٣} = - \frac{\text{أ}_{٢٣}\,\text{ب}_{٢٢} + \text{أ}_{٣٣}\,\text{ب}_{٢٣}}{\text{أ}_{٣٣}}$$

$$= - \frac{(٤٩٢٢\text{و})(١\text{و}٠) + (٢٠٢٣\text{و})(-٠٢٩٤\text{و})}{٨٤٦٦\text{و}} = -٠٥٧٤٤\text{و}$$

وهكذا يمكن الحصول على قيمة أى خلية فى المصفوفة المقلوبة باستخدام المعادلة العامة التالية :

$$= \frac{\text{أ}_{\text{م ن}}\,\text{ب}_{\text{ن ن}} + \text{أ}_{\text{م، ن+١}}\,\text{ب}_{\text{ن+١، ن}} + \text{أ}_{\text{م، ن+٢}}\,\text{ب}_{\text{ن+٢، ن}} + \cdots + \text{أ}_{\text{م، م-١}}\,\text{ب}_{\text{م-١، ن}}}{\text{أ}_{\text{م م}}}$$

حيث م أكبر من ن فإذا كانت م هى المتغير ٤ ، ن هى المتغير ٢ فإن

$$\text{ب}_{٢٤} = - \frac{\text{أ}_{٢٤}\,\text{ب}_{٢٣} + \text{أ}_{٣٤}\,\text{ب}_{٣٣}}{\text{أ}_{٤٤}}$$

= [(,٦٢١٨)(١,٠٠٠٤) + (— ,٠٣٤٤)(— ,٢٣٩١)] / ٥٣٣٦

= — ١,١٨١٢

يتضح إذن أن كل القيم التى تقع على يسار الخلايا القطرية الرئيسية قيما صفرية وأن قيم الخلايا القطرية الرئيسية فى المصفوفة المقلوبة هى مقلوب القيم المقابلة فى الخلايا القطرية الرئيسية بالمصفوفة المثلثة . ونحصل على القيم الأخرى باستخدام معادلات كالمعادلة العامة . وبذلك نحصل على المصفوفة المقلوبة ف⁻¹ التالية :

٠	٠	٠	٠	٠	١,٠٠٠
٠	٠	٠	١,٠٠٠٤	— ,٠٢٩٤	
٠	٠	١,١٨١٢	— ,٢٣٩١	— ,٥٧٤٤	
٠	١,٨٧٤١	,٠٧٦١	— ١,١٨١٢	— ١,٠٧٥١	
٢,٣٩٨٧	,٣٠١٦	— ١,٠٥٤٢	— ١,٥٤١٩	— ,٨١٥٤	

وحيث أن المصفوفة التى يمكن بواسطتها تحويل العوامل المرتبطة إلى العوامل المتعامدة هى المصفوفة المحورة من تلك المصفوفة المقلوبة فإن المصفوفة المحورة هى

— ,٨١٥٤	— ١,٠٧٥١	— ,٥٧٤٤	— ,٠٢٩٤	١,٠٠٠
— ١,٥٤١٩	— ١,١٨١٢	— ,٢٣٩١	١,٠٠٠٤	٠
— ١,٠٥٤٢	,٠٧٦١	١,١٨١٢	٠	٠
٢,٣٠١٦	١,٨٧٤١	٠	٠	٠
٢,٣٩٨٧	٠	٠	٠	٠

وللحصول على تشبع الإختبارات بالعوامل المتعامدة نوجد حاصل

ضرب المصفوفة المحورة الأخيرة فى المصفوفة ص . ثم ندون النتائج فى مصفوفة العوامل المبينة بالجدول (٧ — ٩) .

جدول (٧ — ٩) : مصفوفة العوامل

المتغير	العامل					هـ^٢
	١	٢	٣	٤	٥	
١	٧٠و	١٤و	٢٠و	١١و	٢١و	٦١و
٢	٣٨و	١١و	٥٥و	— ٠٢و	٠٢و	٤٦و
٣	٤٦و	٢٦و	— ٠٤و	٢٩و	٠١و	٤٣و
٤	٣٣و	٤٤و	٢٠و	٠٢و	٢٦و	٤١و
٥	١١و	٧٢و	٠٣و	٠١و	٠٦و	٥٤و
٦	٢٨و	١٦و	٥٩و	٠٢و	— ٠٢و	٤٥و
٧	٧٨و	— ١٣و	— ٠٩و	— ٠٦و	— ٠١و	٦٤و
٨	٨١و	— ٠١و	— ١١و	— ٠٥و	— ٢١و	٧١و
٩	٠٧و	٦٢و	— ١٢و	— ١٧و	— ١٩و	٤٧و
١٠	٢٦و	٤٢و	— ٠١و	٣٨و	— ٠١و	٣٩و
١١	٢٨و	٣٦و	٢٦و	— ١٠و	٢٥و	٣٥و

وباستخدام هذه التشبعات المتعامدة يمكن حساب مصفوفة البواقى المبينة بالجدول (٧ — ١٠) . وتدل البواقى على أنها صغيرة صغرا كافيا بحيث لا نحتاج إلى إستخلاص عوامل أخرى .

جدول (٧ — ١٠) : مصفوفة البواقى

المتغير	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١
١	٫٠٩	٫٠١	٫٠١	٫٠٢	٠٠	-٫٠١	٫٠٢	٫٠٦	-٫٠٣	-٫٠١	٫٠٢
٢	٫٠١	٫٠٢	-٫٠١	-٫٠١	٫٠١	٫٠١	٠٠	-٫٠١	-٫٠٢	٫٠١	٠٠
٣	٫٠١	-٫٠١	-٫٠٤	٫٠٢	٫٠١	٫٠١	-٫٠١	-٫٠١	-٫٠٣	٫٠٣	-٫٠٢
٤	-٫٠٢	٫٠١	٫٠٢	٫٠٠	٫٠١	٠٠	-٫٠١	٫٠٣	٠٠	-٫٠١	-٫٠١
٥	٠٠	٫٠١	٫٠١	٫٠١	-٫٠٤	٠٠	-٫٠١	٫٠١	٫٠٣	٠٠	٠٠
٦	٫٠١	٫٠١	٫٠١	٠٠	٠٠	-٫٠١	٫٠١	٫٠٢	٫٠٢	٠٠	٠٠
٧	٫٠٢	٠٠	٫٠١	-٫٠١	-٫٠١	٫٠١	-٫٠٥	٫٠٢	-٫١٣	٠٠	٫٠١
٨	٫٠٦	-٫٠١	-٫٠١	٫٠٣	٫٠١	٫٠٢	٫٠٢	-٫٠٨	-٫١٧	٫٠١	-٫٠٣
٩	-٫٠٣	-٫٠٢	-٫٠٣	٠٠	٫٠٣	٫٠٢	-٫١٣	-٫١٧	-٫٠٤	٫٠٣	٠٠
١٠	-٫٠١	٫٠١	٫٠٣	-٫٠١	٠٠	٠٠	٠٠	٫٠١	٫٠٣	-٫٠٢	٫٠٢
١١	٫٠٢	٠٠	-٫٠٢	-٫٠١	٠٠	٠٠	٫٠١	-٫٠٣	٠٠	٫٠٢	٠٠

وإذا كانت مصفوفة البواقى تحتوى على تباينات مشتركة تسمح بحساب عوامل أخرى ذات دلالة فإنه يمكن إستخلاصها باستخدام طريقة العوامل المتعددة أو أى طريقة أخرى مناسبة . ويمكن تدوير العوامل المتعامدة باستخدام طريقـــة تدوير العوامل المتعامدة التى سنتناولها فى الفصل التالى .

الفصل ٨

تدوير المحاور

Rotation of Axes

فى عمليات التحليل العاملى تتخذ كل طريقة من طرق التحليل فى وضع المحاور المرجعية مذهبا مختلفا . ويجب تدوير هذه المحاور لكى نضعها فى أماكن محددة يسهل تفسيرها ومقارنتها . والهدف الأساسى من تدوير المحاور هو الحصول على عوامل ذات دلالة لاتتغير من تحليل إلى آخر . ومن الجدير بالذكر أن تدوير المحاور يحتاج إلى مران ومهارة . فعلى الرغم من أنها تعتمد على العمليات الرياضية فإن محكات تحديد مواضع التدوير تقوم على إعتبارات نظرية ومذهبية . وبمعنى آخر فمواضع الموجهات المرجعية تختلف بإختلاف الغرض من البحث وبإختلاف المذهب النظرى للباحث .

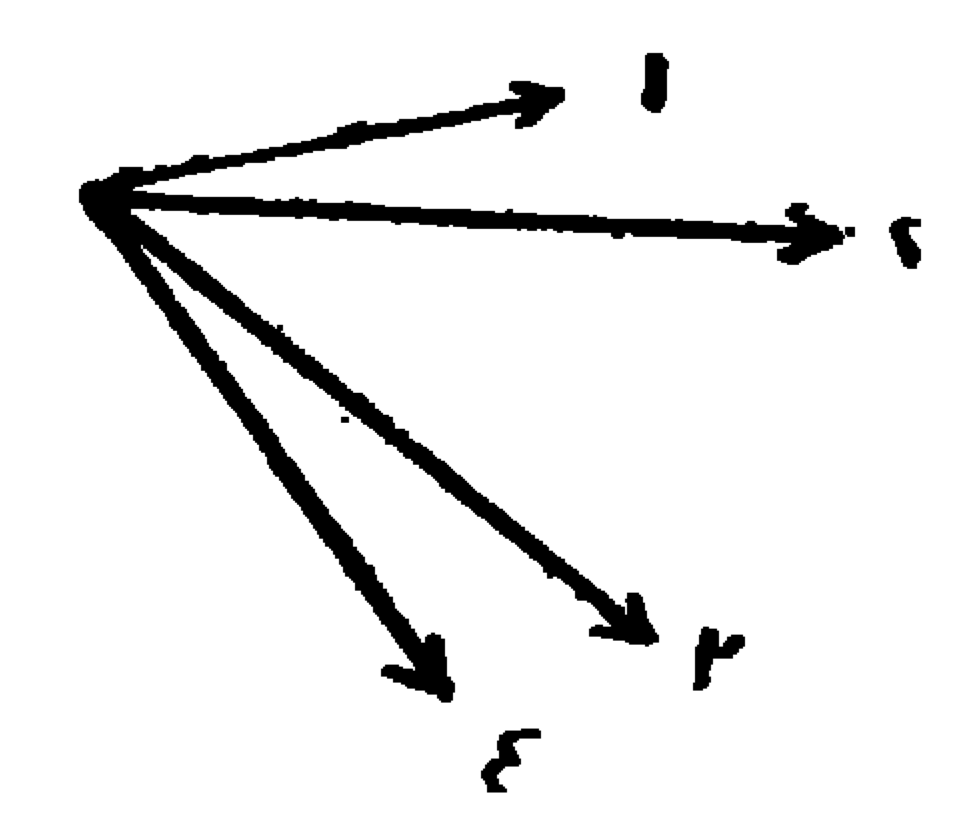
فإذا كان لدينا تكوين Congfiguration لموجهات أربع إختبارات فى بعدين كما هو مبين بالشكل (٨ — ١) ، فأين يجب إذن وضع الموجه المرجعى أو الموجهات ؟

وأحد الحلول الممكنة هى وضع موجه مرجعى مفرد يمر خلال التكوين بموضع يزيد من مجموع مربعات التشبعات إلى أقصى حد كما فى الشكل (٨ — ٢) . ويكون هذا هو المحور الأساسى الأول ، وتتشبع به كل المتغيرات الأربع بتشبعات عالية ، ويرجع إليه قدر كبير من التباين الذى تشترك فيه المتغيرات الأربع . وإذا إستخلصنا عامل ثان متعامد على العامل الأول ، فإننا نحصل على الشكل (٨ — ٣) . ويمكن الإحتفاظ بتعامد

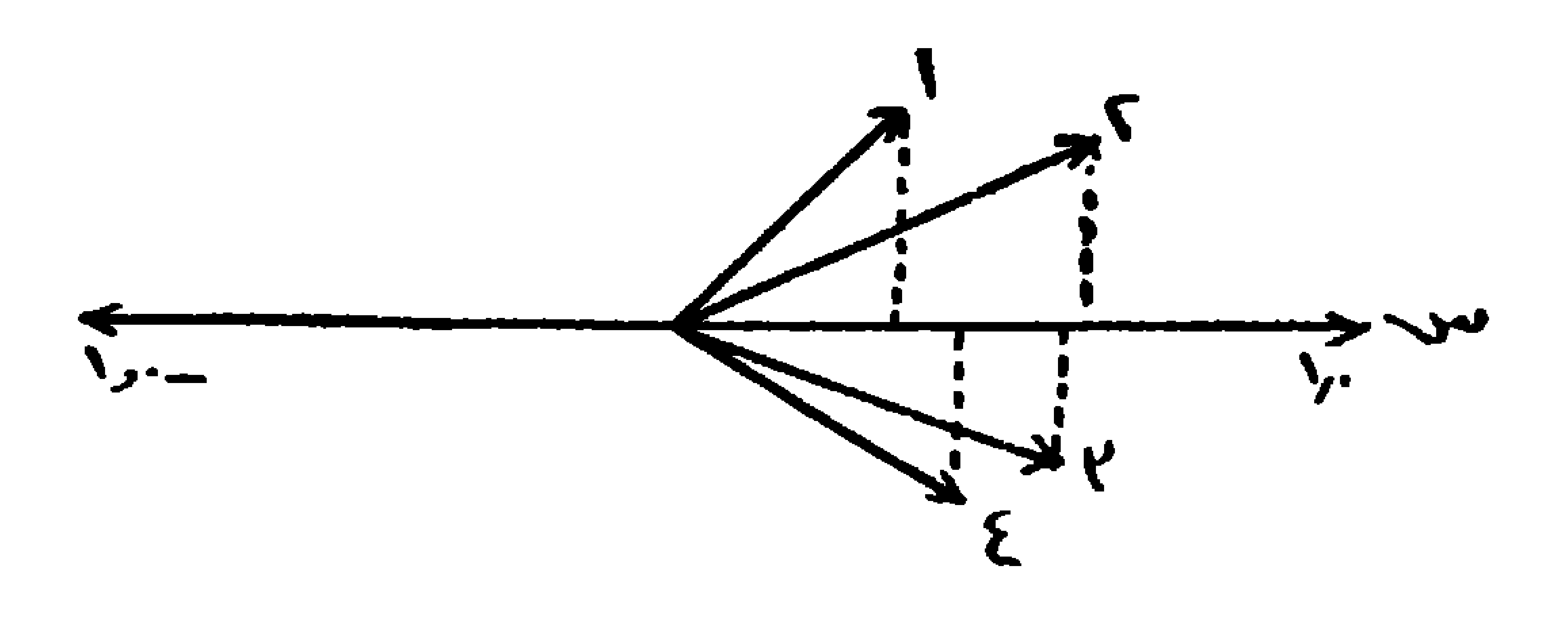
هذين العاملين وتدويرهما إلى الموضع المبين بالشكل (٨ — ٤) . أو تمرير مستويين مائلين كل منهما على الآخر ، خلال تجمعات الاختبارات التي ترتبط ببعضها إرتباطا عاليا ، حتى نزيد عدد التشبعات الصفرية أو القريبه من الصفر إلى أقصى حد ، ووضع محاور العوامل متعامدة على المستويين عند نقطة الأصل كما فى الشكل (٨ — ٥) ، حيث يتضح أن التدوير المائل أكثر تعقيدا من التدوير المتعامد . ويمكن تمثيل العامل العام لسبيرمان فى حالة لمصفوفة أحادية البعد أى ذات الدرجة الواحدة ، بالشكل (٨ — ٦) حيث نلاحظ أن إبتعاد مواقع المتغيرات عن الموجه المرجعى ، وإبتعادها عن بعضها ، يرجع فقط إلى أخطـــاء العينة . وإذا كان إبتعاد مواقع الاختبارات عن الموجه المرجعى أكبر من أن نرجعه إلى الصدفة فإننا نتطلب بعدين لنرجع إليهما علاقات الإختبارات ببعضها ، أحدهما العامل العام والآخر عامل طائفى متعامد عليه ليمثل نسبة التباينات المشتركة للإختبارين ٣ ، ٤ التى لم يوضحها العامل العام . وهذا ماذهب إليه هولزنجر فى نظرية العوامل الثنائية . وقد يتقبل سبيرمان وأتباعه أيضا وضع المحاور المرجعية فى تكوين من بعدين أو أكثر .

ويرى ثرستون وآخرون ممن يفضلون العوامل المتعددة أن وضع المحاور كما هو مبين بالشكل (٨ — ٤) أو (٨ — ٥) أكثر فائدة . ويستخدمون المحاور المرجعية المتعامدة أو المائلة معتمدين على أكثرها ملاءمة للتكوين . ويفضل عدد من علماء التحليل العاملى ، على أى حال ، الحل المتعامد مهما يكن هناك من مبررات لسهولته ولأنه يفترض وجود المتغيرات المرجعية المستقلة . وعند تصميم دراسة تحليلية ، فغالبا مانختار المتغيرات بحيث نتوقع الحصول على تركيب معين . وبذلك يكون هناك بعض الأساس فى تحديد مواضع المحاور المرجعية .

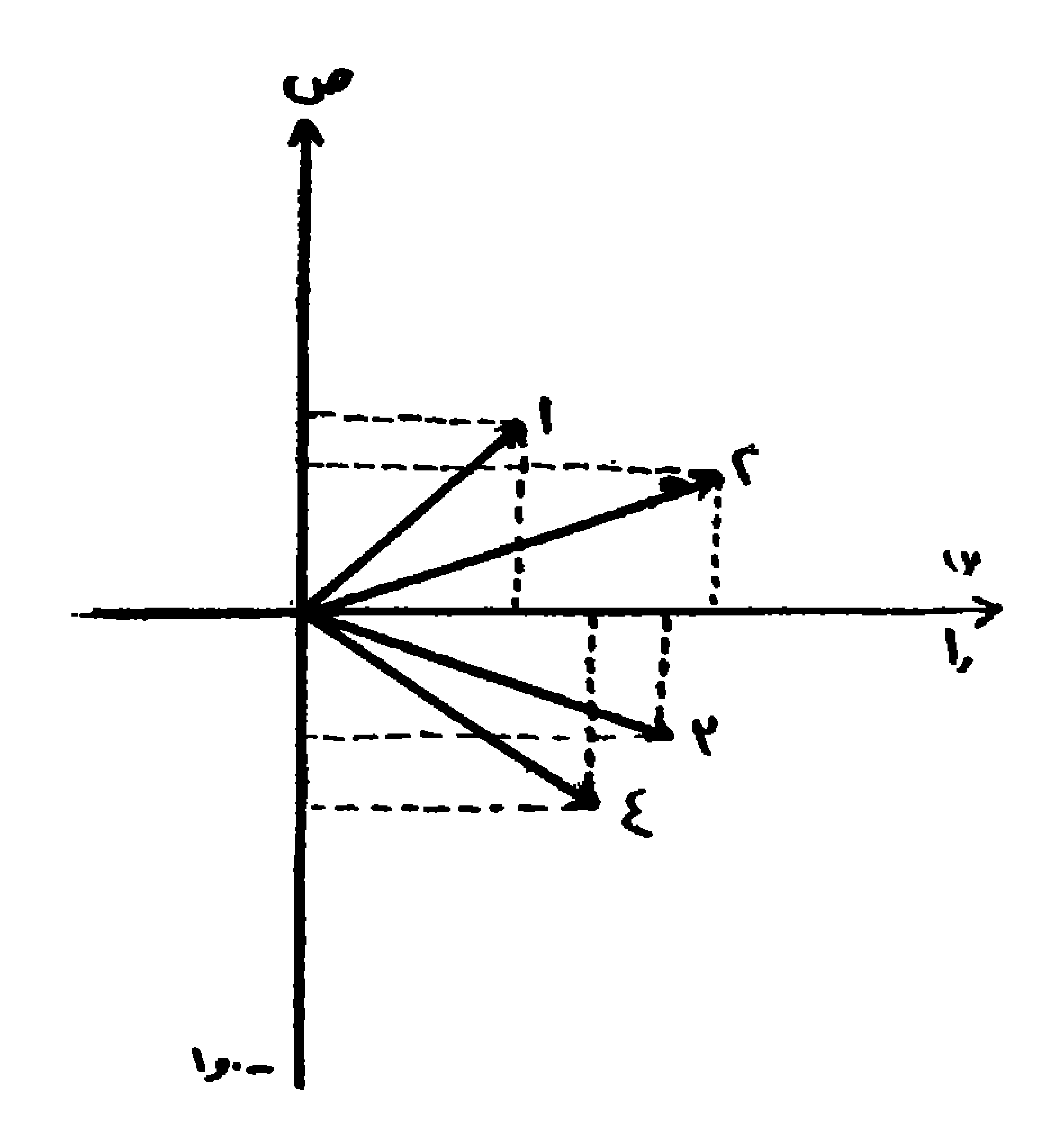
شكل (٨ — ١)



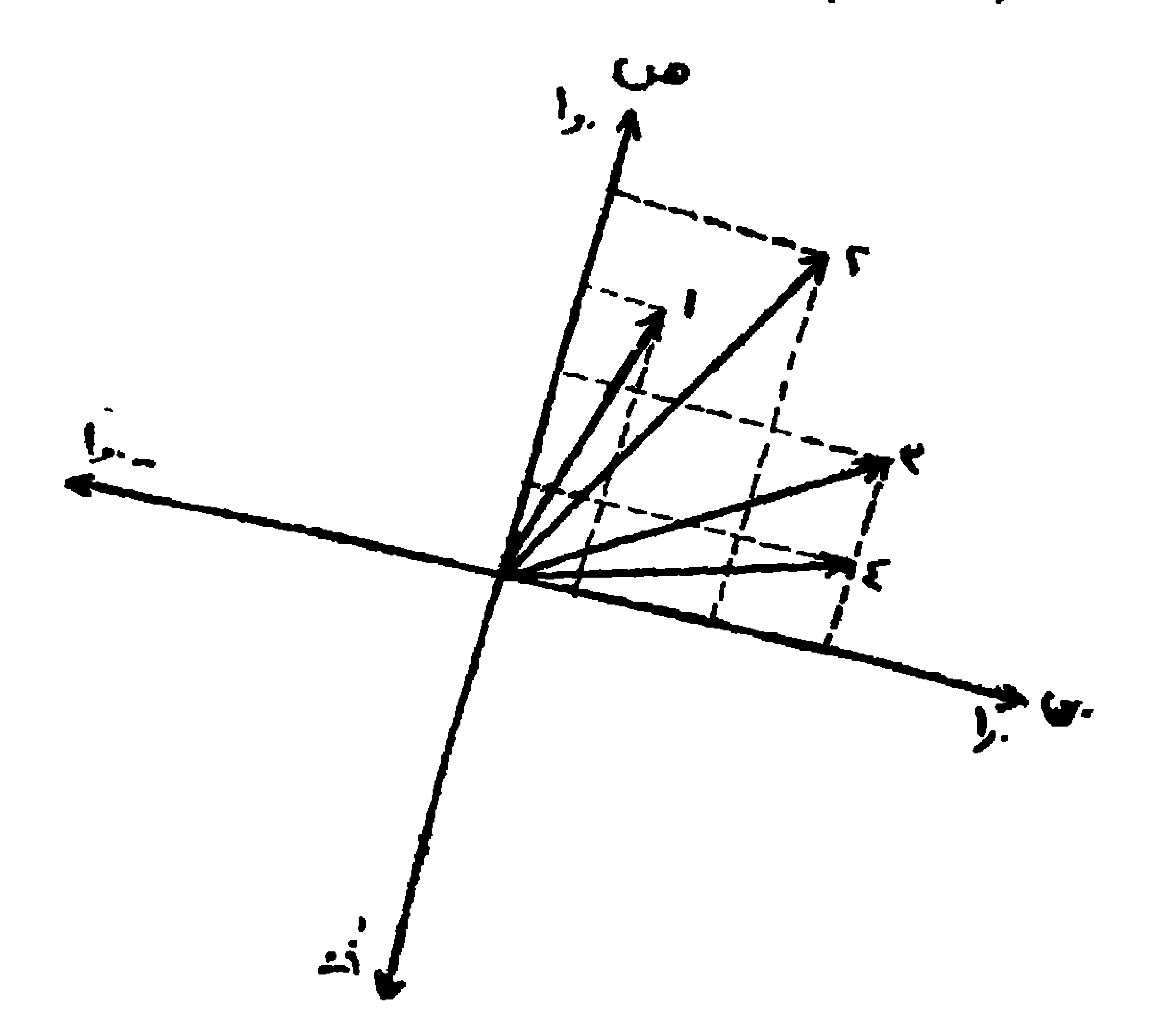
شكل (٨ — ٢)



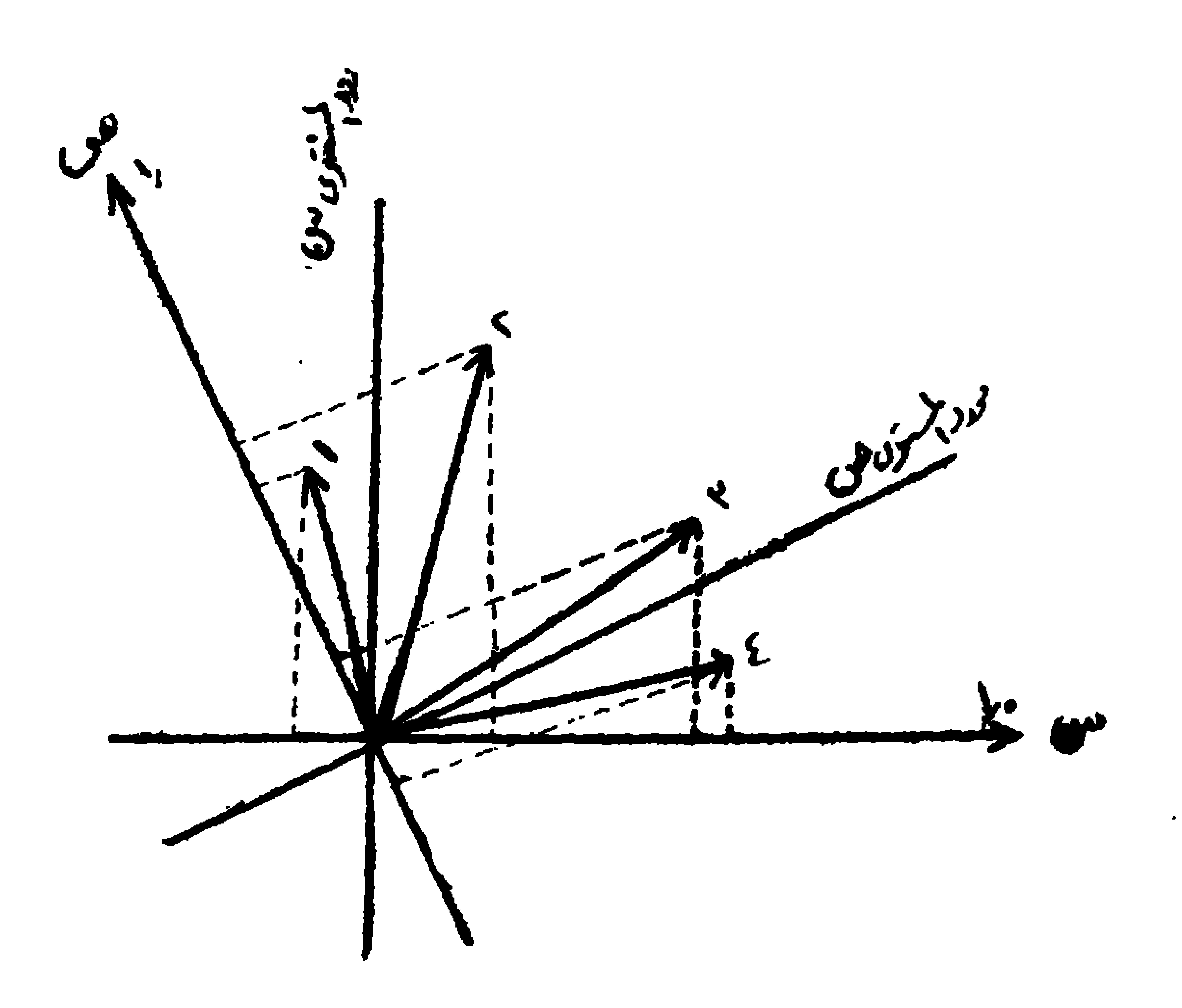
شكل (٨ — ٣)



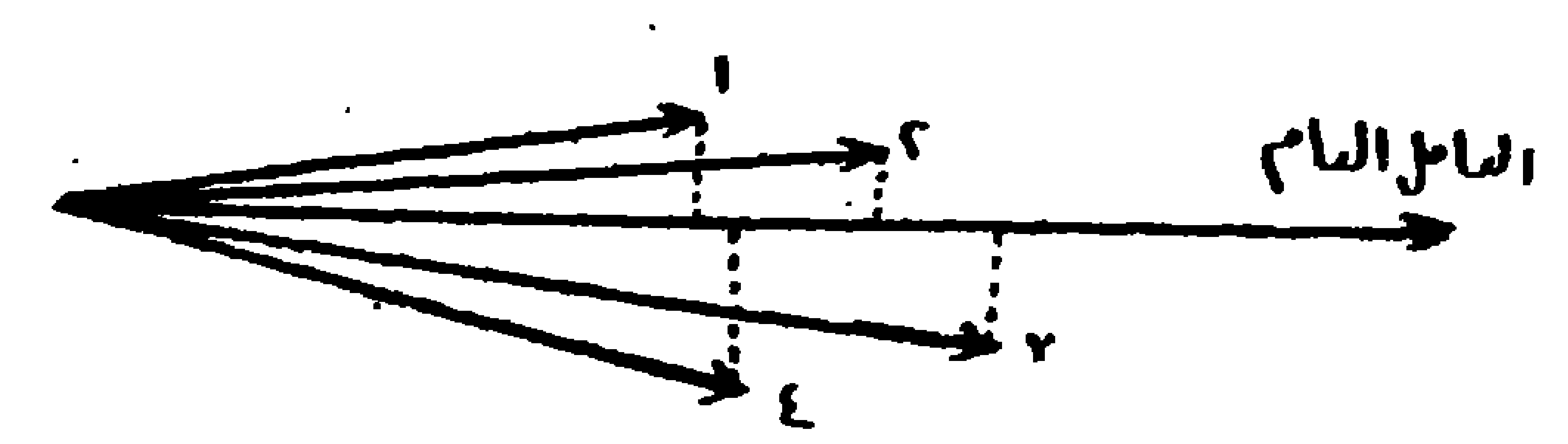
شكل (٨ — ٤)



شكل (٨ — ٥)



شكل (٨ — ٦)



ولقد وضع ثرستون محكات لتصميم البحث التحليلي حتى نحصل على تكوين فريد نسبيا للاختبارات وهو مايعرف بالتركيب البسيط Simple structure كما نحصل على أوضاع محددة نسبيا للمحاور المرجعية وهو ما يعرف بالوضع الموجب Positive manifold .

كما وضع ثرستون عــــددا من المعاير الخاصة للتركيب البسيط . لكن هذه المعايير تنطبق على التدوير المائل بسهولة أكبر عما يحدث مع التدوير المتعامد . ومع هذا يمكننا إستخدام التركيب البسيط فى كلا النوعين من التدوير . وهذه المعايير هى :

١ — يجب أن يتشبع كل إختبار على الأقل بتشبع واحـــــد قريب من الصفر .

٢ — يجب أن يكون هناك على الأقل فى عمود كل عامل ، عدد من الإختبارات بتشبعات صفرية بقدر ما هناك من عوامل .

٣ — وبالنسبة لكل زوج من العوامل يجب أن يكون هناك عدد من المتغيرات ذات التشبعات بأحد العوامل بينما تكون تشبعاتها بالعامل الآخر قيما صفرية .

٤ — وبالنسبة للدراسات التى تتضمن أربعة عوامل أو أكثر ، فيجب أن يكون هناك عدد من المتغيرات ذات تشبعات صغيرة جداً بأى زوج من العوامل بحيث يمكن إهمالها .

٥ — ويجب أن يكون هناك عدد قليل من المتغيرات بتشبعات ذات دلالة لأى زوج من العوامل .

ويقرر ثرستون أن تدوير المحاور للحصول على التركيب البسيط يؤدى إلى نفس العوامل عند تحليل نفس الإختبارات إذا ما وجدت فى بطاريات مختلفة . ولقد أيدت الدراسات ما ذهب إليه ثرستون ببيان تكرار ظهور العوامل ذات الدلالة عند تدويرها إلى التركيب البسيط . ولقد أيد ألكسندر قيمة التركيب البسيط عند ما قام بتدوير عوامله إلى أن توصل إلى مجموعة من العوامل أكثر سهولة فى تفسيرها . فظهر له أن بعمله هذا قد قام بدون قصد ما توصل إليه ثرستون ، حيث كان يقلل إلى أقصى حد من التشبعات السالبة كما كان يزيد من عدد التشبعات الصفرية .

ويتحدد الوضع الموجب عند تدوير المحاور بحيث تصبح كل التشبعات موجبة أو صفرية . وعمليا يمكن التغاضى عن التشبعات السالبة الصغيرة . ويفيد هذا خاصة فى مجال القدرات التى ترتبط مقاييسها فيما بينها إرتباطا موجبا . ولا يفيد محك الوضع الموجب فى حالة السمات المزاجية حيث يوجد هناك التشبعات الموجبة والسالبة . ولكن يمكن تطبيق محك التركيب البسيط .

وعادة ما يتبع الباحث عددا من المحكات . فيشير فرنون إلى أن علماء التحليل العاملى نادرا ما يأخذون بمحك زيادة عدد التشبعات الصفرية بمفرده ، ولكنهم عند تدوير المحاور يأخذون فى الاعتبار محتوى الإختبارات . ويقرر بيرت أن نمط الإشارات للعوامل الأولى يفيد كثيرا حيث يلقى ضوءا على تجمع المتغيرات . ويقترح جيلفورد أنه يجب الإهتمام بالمتغيرات التى أظهرت عوامل معينة فى التحاليل العاملية السابقة . وفيما يلى ملخصا لما ناقشه كاتل من محكات .

١ — تدوير محاور العوامل لكى تتفق مع نتائج الدراسات النفسية

الإكلينيكية والعامة . حيث تمر المحاور فى تجمع المتغيرات أو الأعراض التى تؤدى إليها النظرية الإكلينيكية أو النفسية وما تكشف عنها الملاحظات .

٢ — تدوير المحاور لتتفق مع العوامل المتعامدة التى كشفت عنها التحاليل العاملية السابقة .

٣ — تدوير المحاور لوضعها فى مركز تجمع المتغيرات .

٤ — تدوير المحاور لتتفق مع العوامل المتعامدة التى يثبت وجودها تباعا . وبهذه الطريقة يمكن أن نبدأ بعامل ما نعرف موضعه ثم إضافة العوامل الأخرى عاملا بعد الآخر بحيث يتعامد مع العامل الأول الذى نعرف موضعه . وبهذا يمكن تدوير عددا من العوامل إلى مواضعها . ولا تنطبق هذه القاعدة إلا على العوامل المتعامدة فقط .

٥ — تدوير المحاور للحصول على نمط التشبعات التى تتفق مع التوقعات النفسية العامة . فالعوامل التى تمثل السمات المكتسبة بالتعليم أو التدريب يجب أن نتوقع لها تشبعات عالية جدا أو منخفضة جدا بينما يجب أن نتوقع للعوامل التى تمثل السمات الفطرية تشبعات معتدلة . وعلى ذلك إذا وجد هذين النوعين من العوامل فى دراسة ما ، فعلينا أن نسترشد إلى حد ما بهذه القاعدة بحيث نكشف عن أكبر قدر ممكن من العوامل التى نتوقع أنماط تشبعاتها .

٦ — تدوير المحاور للحصول على نمط من التشبعات المشابهة نسبيا . ويهدف هذا المحك إلى توسيع مدى الإتفاق بين عدد كبير من الدراسات . فإذا كشفت عدد من الدراسات عن عوامل مشتركة فإن تدوير المحاور يجب أن يتم بحيث يزيد من الإتفاق بين تلك الدراسات . وإذا إختلفت الدرسات فى ظروفها التجريبية أو فى مجموع عيناتها ، فإن إتفاق أنماط تشبعات العوامل يكون جزئيا أكثر منه مطلقا .

التدوير المتعامد مقابل التدوير المائل

يوجد بين الباحثين خلاف حول الزاوية التى يجب أن تفصل المحاور المرجعية . فيفضل البعض الإتجاه الذى يأخذ بأن الزوايا التى تفصل بين المحاور المرجعية يجب أن تختلف من تحليل إلى آخر . ولكن يفضل المؤلف كـكثير من الباحثين التدوير المتعامد للأسباب التالية :

١ — الإستقلال : ونعنى بالإستقلال عدم إرتباط المحاور فيجب ألا نأخذ بفـكرة إرتباط العوامل . فإذا لم تكن وسائل القياس مستقلة ، فان هذا يدل على أن المقاييس المستقلة لم توضع بعد أكثر مما يدل على أن العوامل ترتبط فيما بينها .

٢ — البساطة : يسهل تناول العوامل المتعامدة بالعمليات الحسابية والرسم البيانى . فورق الرسم البيانى مقسم إلى خطوط متعامدة ، ويمكن تمثيل المحاور المتعامدة عليه بسهولة ودقة . وإذا استخدم ورق الرسم البيانى المتعامد لتمثيل المحاور المائلة فسيؤدى هذا إلى عدم الدقة فى التمثيل البيانى . كما أن العمليات الحسابية للمحاور المتعامدة أسهل منها للمحاور المائلة .

٣ — ثبات الزوايا بين المحاور : يتوقف ميل المحاور المائلة فى أى دراسة على ثبات العينة وعلى ذلك تختلف الزوايا التى تفصل بين المحاور من عينة إلى أخرى .

٤ — تشابه النتائج : وفيما عدا الحالات التى ترتبط فيها العوامل ارتباطا عالياً ، فانه لا يوجد فرق بين تفسير العوامل التى نستخلصها باستخدام المحاور المتعامدة والتى نستخلصها باستخدام المحاور المائلة .

ومن أكثر طرق التدوير إستخداما هى تدوير كل محورين معا

والتى نتناولها بالشرح مستخدمين مصفوفة العوامل Two by two rotation المبينة بالجدول (٨ - ١) .

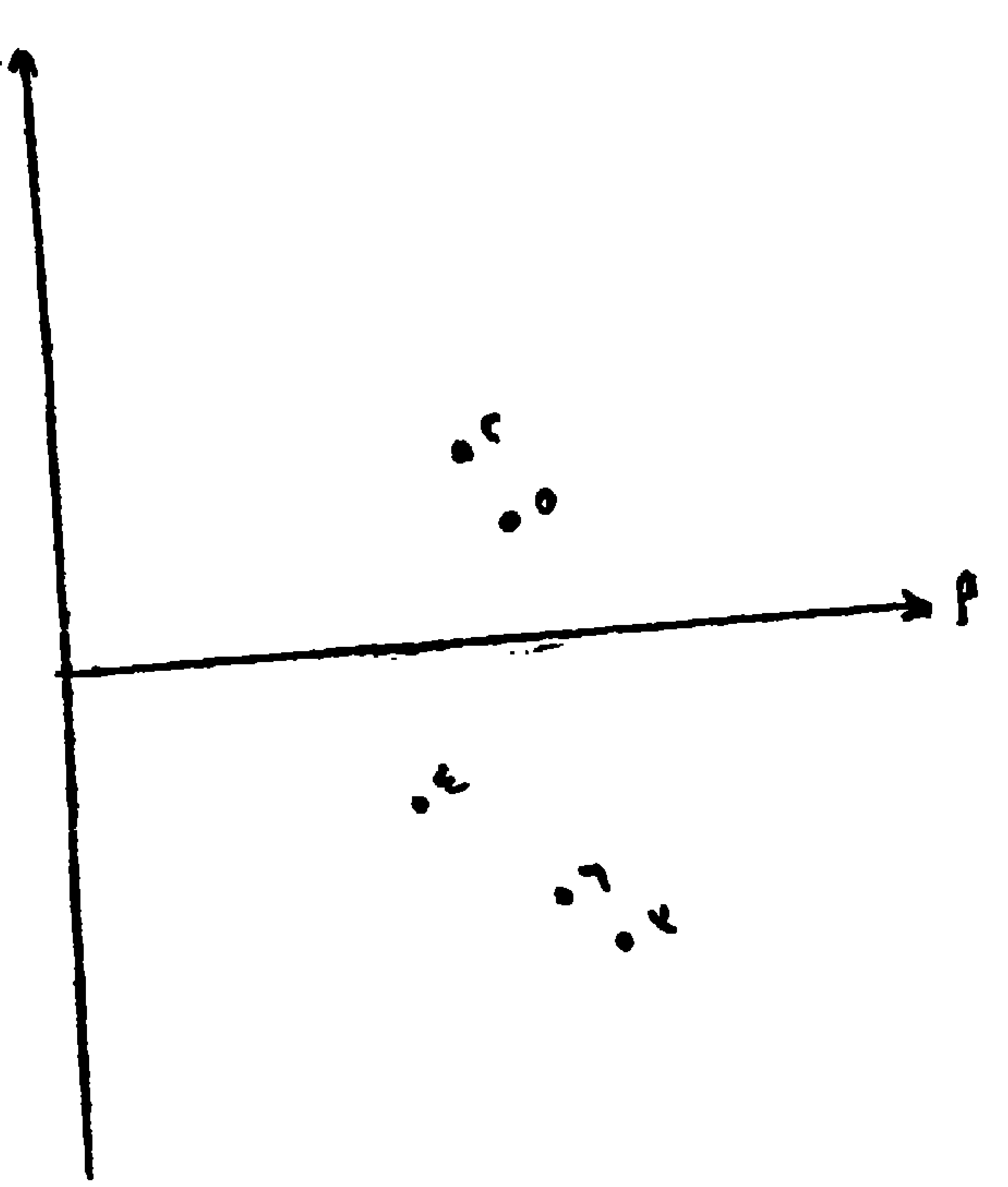
الجدول (٨ — ١) : مصفوفة العوامل

	أ	ب	حـ	هـ٢
١	,٥٤٢	,٦١٢	,٠٧٤	,٦٧٤
٢	,٦٢٩	,٣٤٢	—,٣٤٨	,٦٣٤
٣	,٥٢٩	—,٤٩٢	,١٩١	,٥٥٨
٤	,٢٨١	—,١٨٢	—,٥٥٠	,٤١٥
٥	,٦٢٨	,١٤٣	,٢٧٤	,٤٨٩
٦	,٤٢٩	—,٤٢٤	,٣٥٩	,٤٩٣

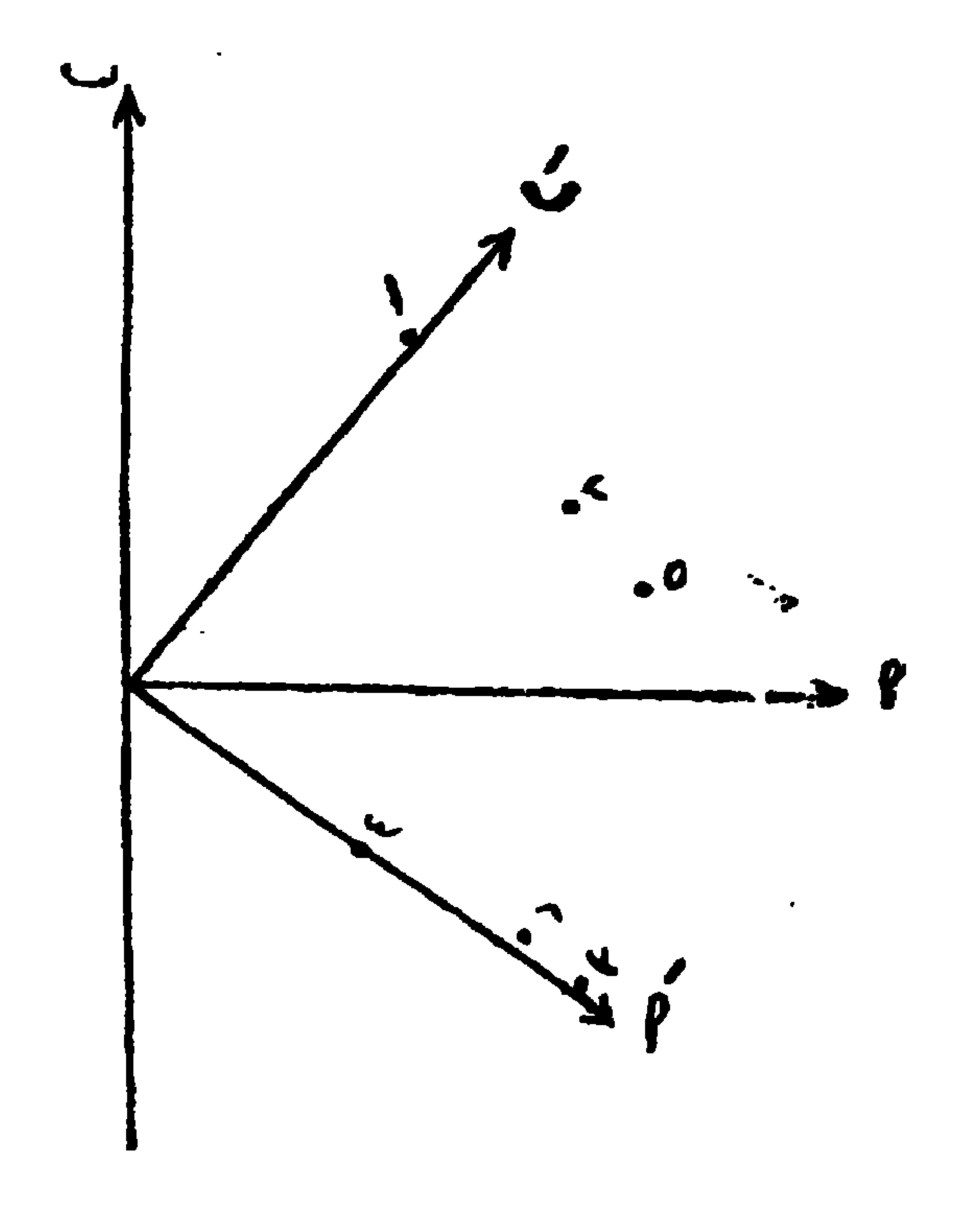
١ — نبدأ عملية التدوير بالعاملين أ ، ب حيث يمثل المحور الأفقى العامل الأول والمحور الرأسى العامل الثانى . وباستخدام تشبع الإختبارات بالعاملين، كإحداثيات يمكن تحديد موضعا لكل إختبار بحيث يمثل هذا الموضع بنقطة كما هو مبين بالشكل (٨ - ٢) .

٢ — نلاحظ من الشكل أن الإختبارات ٣ ، ٤ ، ٦ تقع على خط مستقيم من نقطة الأصل . فإذا تم تدوير المحاور بزاوية ٤٢ درجة فى إتجاه عقرب الساعة ، فإن موضع المحور الجديد أ′ يمر بالنقط الممثلة للإختبارات ٣ ، ٤ ، ٦ ، بينما يمر المحور الجديد ب′ بالنقطة الممثلة للإختبار ١ كما فى الشكل (٨ — ٣) .

شكل (٨ – ٢)



شكل (٨ – ٣)



٣ — يتضح من الشكل (٣ ، ٨) أنه لا يوجد للإختبارات ٣ ، ٤ ، ٦ أى مساقط على المحور ب' ، وبذلك لا تحمل الإختبارات ٣ ، ٤ ، ٦ أى تشبعات تقريباً بالعامل الثانى الذى يمثله هـــذا المحور . بينما تتشبع هذه الإختبارات بالعامل الأول بتشبعات عالية . كما لا يوجد للإختبار ١ أى مسقط على المحور ا' وبذلك لا يحمل أى تشبع بالعامل الأول الذى يمثله هذا المحور ، ولكنه يحمل تشبعا عالياً بالعامل الثانى . أما الإختباران ٢ ، ٥ فيحملان تشبعات بكل من العامل الأول والثانى حيث يوجد لهما مساقط على كل منهما .

٤ — نوجد الإحداثيات الجديدة للإختبارات بعد تدوير المحورين إلى الوضع الجديد باستخدام زاوية دوران مقدارها ٤٢ درجة . وتدل قيم هذه الإحداثيات على التشبعات الجديدة ويستخدم لذلك المعادلتين التاليتين .

$$\text{ت}'_{١} = \text{ت}_{١}\ \text{جتا}\ \theta - \text{ت}_{٢}\ \text{حا}\ \theta$$

$$\text{ت}'_{٢} = \text{ت}_{٢}\ \text{جتا}\ \theta + \text{ت}_{١}\ \text{حا}\ \theta$$

حيث أن $\text{ت}_{١}$ ، $\text{ت}_{٢}$ = تشبع الإختبارين بالعاملين ا ، ب الأصلية

$\text{ت}'_{١}$ ، $\text{ت}'_{٢}$ = تشبع الإختبارين بالعاملين ا ، ب بعد التدوير

θ = زاوية الدوران

فإذا كان تشبع الإختبار ١ بالعامل الأول ,٥٤٢ وبالعامل الثانى ,٦١٢ فبعد تدوير المحورين بزاوية ٤٢° نحصل على التشبعات الجديدة بالتعويض فى المعادلتين ؛ علما بأن جتا ٤٢° = ,٧٤٣ و حا ٤٢° = ,٦٦٩

$$\text{ت}'_{١} = ,٥٤٢ \times ,٧٤٣ - ,٦١٢ \times ,٦٦٨ = - ,٠٠٦$$

$$\text{ت}'_{٢} = ,٦١٢ \times ,٧٤٣ + ,٥٤٢ \times ,٦٦٩ = ,٨١٨$$

ويصبح تشبع الإختبار ١ بالعامل الأول — ,٠٠٦ وبالعامل الثانى ,٨١٨ .

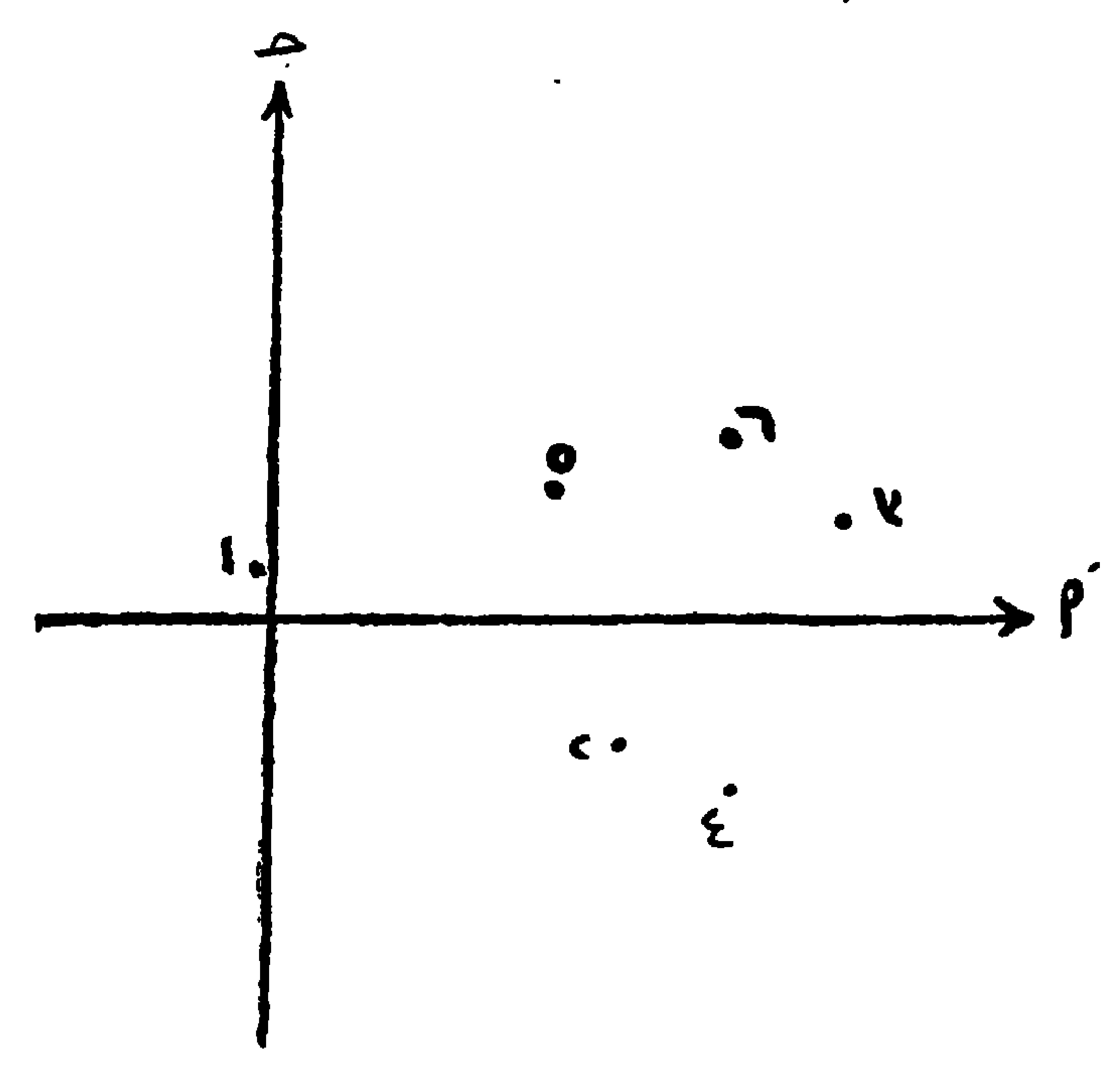
وهكذا يمكن أن نحسب التشبعات الجديدة لكل الإختبارات . ويجب أن نراجع صحة العمليات الحسابية وذلك بمقارنة حاصل جمع مربعى كل تشبعين جديدين، بحاصل جمع مربعى كل تشبعين قبل التدوير حيث يجب أن يتساوى حاصل الجمعين ، كما يتضح من الجدول (٨ — ٢) .

جدول (٨ — ٢) : تشبع الإختبارات بالعاملين أ ، ب قبل التدوير وبعده

	التشبع قبل التدوير		هـ٢	التشبع بعد التدوير		هـ٢
	أ	ب		أ'	ب'	
١	٫٥٤٢	٫٦١٢	٫٦٦٩	−٫٠٠٧	٫٨١٧	٫٦٦٧
٢	٫٦٢٩	٫٣٤٢	٫٥١٣	٫٢٣٩	٫٦٧٥	٫٥١٤
٣	٫٥٢٩	−٫٤٩٢	٫٥٢٢	٫٧٢٢	−٫٠١٢	٫٥٢١
٤	٫٢٨١	−٫١٨٢	٫١١٢	٫٣٣١	٫٠٥٣	٫١١٣
٥	٫٦٢٨	٫١٤٣	٫٤١٤	٫٣٧١	٫٥٢٦	٫٤١٥
٦	٫٤٢٩	−٫٤٢٤	٫٣٦٤	٫٦٠٢	−٫٠٢٨	٫٣٦٣

٥ — وباستخدام تشبع الإختبارات بالعامل الأول بعد التدوير والعامل الثالث نحصل على الشكل (٨ — ٤) .

شكل (٨ — ٤)



يتضح من الشكل أن الإختبار ١ يقع قرب نقطة الأصل وأن الإختبارين ٥ ، ٦ يقعان على نصف قطر واحد تقريباً . ويقع الإختبارين ٢ ، ٤ على نصف قطر آخر. وبتدوير المحورين ا ′، حـ بزواية ٤٩° فى إتجاه عقرب الساعة فاننا نجد أن المحور يمر بالاختبارين ٥، ٦ تقريباً . ويمر المحور ا ″ بالإختبارين ٢ ، ٤ تقريباً . وباستخدام جتا ٤٠° = ٦٥٦, و حا ٤٩° = ٧٥٥. ، وبالتعويض فى المعادلتين السابقتين نحصل على تشبع الإختبارات الجديدة بالعامل الأول بعد تدويره مرة ثانية وبالعامل الثالث بعد تدويره مرة واحدة.

وبهذا نحصل على المصفوفة المبينة بالجدول (٨ — ٣) التى تمثل تشبع الإختبارات بعد تدوير المحاور . ومن الملاحظ أن العامل الأول قد تم تدويره مرتين ، بينما تم تدوير كل من العامل الثانى والثالث مرة واحدة . ويجب وضع علامة على رقم العامل لتدل على عدد مرات تدويره . ولقد إتخذنا هنا الشرطة المائلة كعلامة، وبذلك وضعنا على الحرف الدال على العامل الأول شرطتين وشرطة على كل من الحرف الدال على العامل الثانى والعامل الثالث.

جدول (٨—٣) تشبع الإختبارات بعد تدوير العوامل

	أ''	ب'	ح'	هـ٢
١	— ,٠٦٠	,٨١٧	,٠٤٣	,٦٧٣
٢	,٤٢٠	,٦٧٥	— ,٠٤٨	,٦٣٤
٣	,٣٢٩	— ,٠١٢	,٦٧٠	,٥٥٧
٤	,٦٣٢	,٠٥٣	— ,١١١	,٤١٤
٥	,٠٣٧	,٥٢٦	,٤٦٠	,٤٩٠
٦	,١٢٤	— ,٠٢٨	,٦٩٠	,٤٩٢

ويمكن إجراء عمليات تدوير أخرى لتنقية التشبعات حتى نحصل على أقرب تكوين ذو دلالات نفسية . ولمراجعة العمليات الحسابية يجب أن تساوى إشتراكية الإختبار بعد التدوير إشتراكيته قبل التدوير . وعادة نتغاضى عن الفروق البسيطة ، فى حدود الصفر ، بين القيمتين . كما يتضح من الجدول (٨ — ٤) .

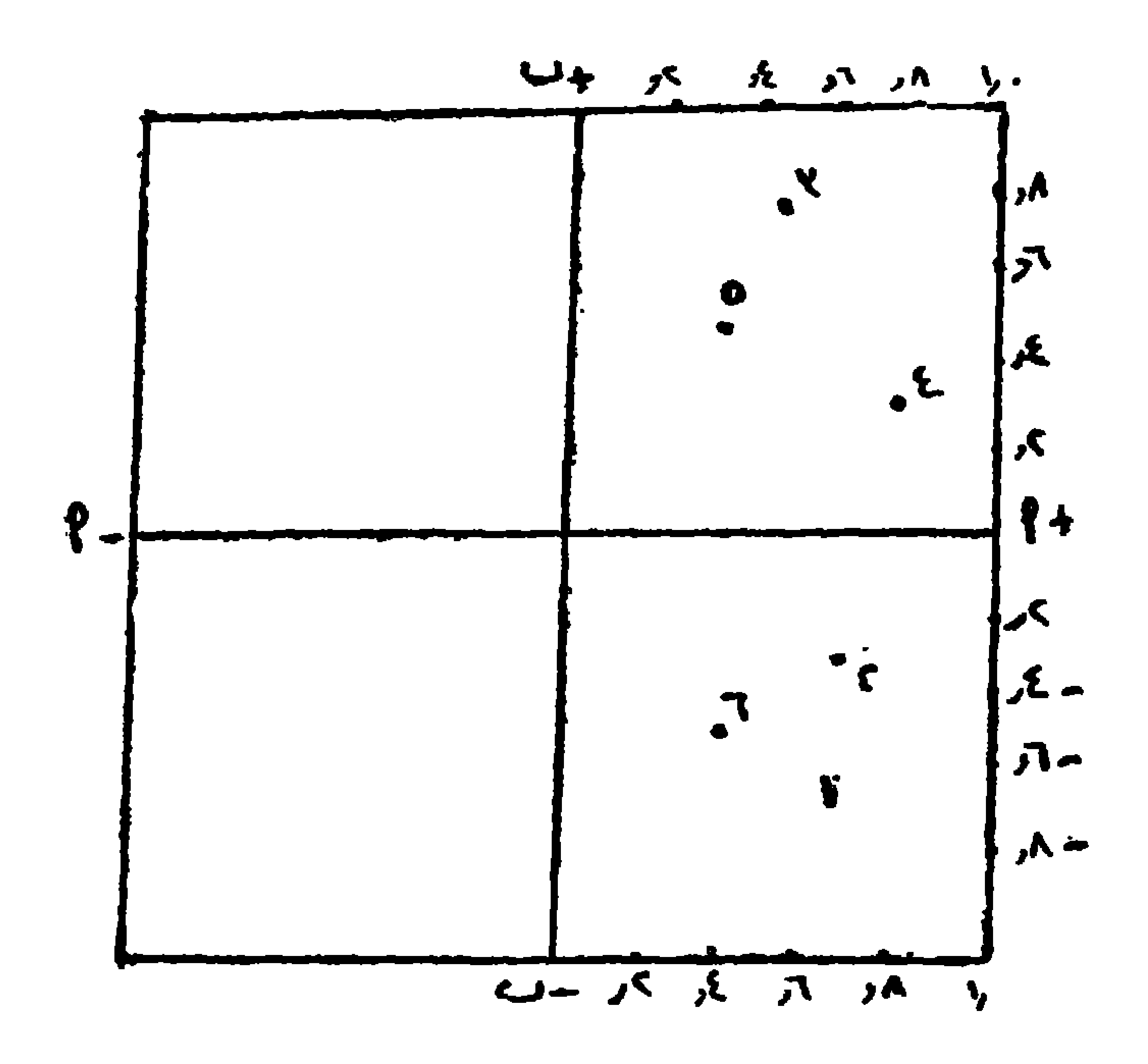
جدول (٨–٤) : إشتراكيات الإختبارات قبل التدوير وبعده

	هـ٢ قبل التدوير	هـ٢ بعد التدوير
١	,٦٧٤	,٦٧٣
٢	,٦٣٤	,٦٣٤
٣	,٥٥٨	,٥٥٧
٤	,٤١٥	,٤١٤
٥	,٤٨٩	,٤٩٠
٦	,٤٩٣	,٤٩٢

وفيما يلى خطوات طريقة أخرى لإجراء عملية التدوير المتعامد بطريقة كل محورين معاً .

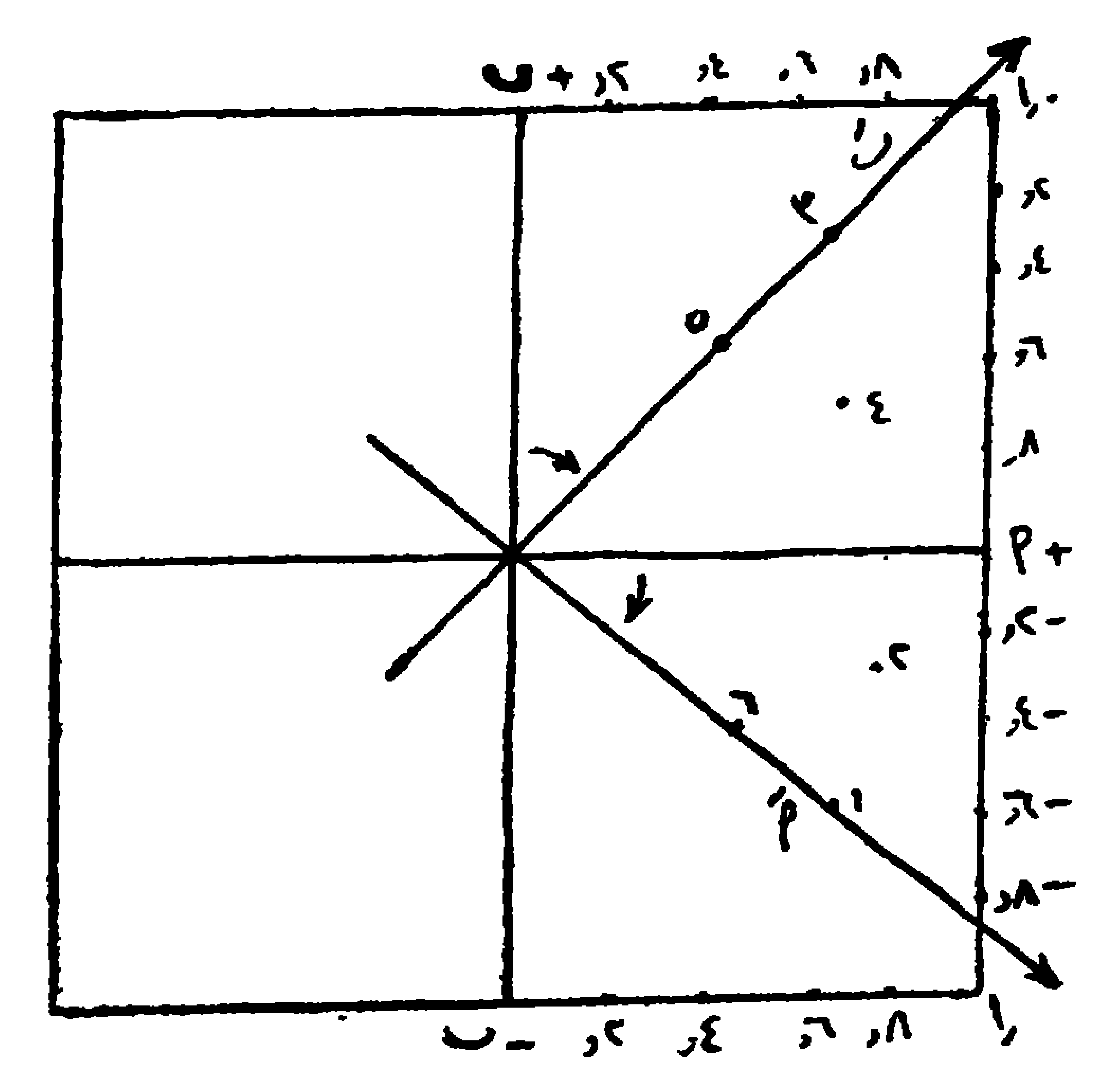
١ — نبدأ بتمثيل العامل ا بالمحور الأفقى والعامل ب بالمحور الرأسى ثم نحدد مواضع الإختبارات باستخدام تشبعاتها بكل من العامل الأول والثانى كما يتضح من الشكل (٨ — ٥) .

شكل (٨ — ٥) : تمثيل العاملين ا ، ب بالمحورين الأفقي والرأسى ومواقع الإختبارات بالنسبة لهما



وبعد تدوير المحورين نحصل على الوضع المبين بالشكل (٨ — ٦) ونرمز للمحورين الجديدين بالرمز ا′ ، ب′ . ومن المرغوب فيه عند محاولة تدوير المحورين أن نجعل المحور ا′ قريب من ا والمحور ب′ قريب من ب بالإضافة إلى ما يرى الباحث إستخدامه من محكات .

شكل (٨ — ٦) : العاملان أ ، ب بعد تدويرهما إلى الوضعين أ' و ب' .



٢ — نحسب مصفوفة التحويل ت١ وهى المصفوفة التى بضربها فى مصفوفة العوامل الأصلية س نحصل على مصفوفة العوامل المدارة .

٣ — نحسب الأعدادالموجهة Direction numbers لكل محور جديد. ونعنى بالأعداد الموجهة قيمتى الإحداثيين للمحور الجديد بالنسبة للمحور الأصلى . فوضع المحور أ' يمكن أن نحدده بإحداثيى نقطة على هذا المحور . ولنفرض نقطة على بعد ٠,١ فى إتجاه أ . فيكون الإحداثى المقابل فى إتجاه ب هو —٠,٨٩ . وللمحور ب' تكون الأعداد الموجهة ٠,٨٩ ، ٠,٠١ فى إتجاه أ ، ب على الترتيب . نسجل الأعداد الموجهة فى مصفوفة ل١ . ومن الملاحظ فى التدوير المتعامد أن زوجى الأعداد، الموجهة لهما نفس القيمة ماعدا إختلافهما فى الترتيب ، بالإضافة إلى أن أحدهما تختلف إشارته .

٤ — نقنن الأعدادالموجهة لكل محور جديد . ونقصد بالتقنين هنا إيجاد

زوج آخر من الإحداثيات بحيث يساوى مجموع مربعيهما الوحدة . ويتم ذلك بجمع مربعات الأعداد الموجهة لإيجاد مج ل٢ . ثم نوجد الجذور التربيعية لهذه المجاميع . وهذه القيم هى التى يجب أن نقسم عليها الأعداد الموجهة للوصول إلى مانهدف إليه . وبدل أن نقسم على هذه القيم ، نوجد مقلوبها ـ الذى نرمز له بالرمز ى ـ ثم نوجد حاصل الضرب .

٥ — نوجد حاصل ضرب الأعداد الموجهة بالمصفوفة ل فى القيمة ى لنحصل على جيوب التمام الموجهة Direction Cosines لمصفوفة التحويل ت١ . وقيم جيوب التمام الموجهة لمحور جديد هى فى الحقيقة مساقط موجه هذا المحور بطول قدره الوحدة على المحاور المركزية . ويلاحظ أن جيوب التمام الموجهة هى أيضاً جيب وجيب تمام زاوية الدوران . فبقياس زاوية الدوران فى مثالنا هذا إلى أقرب درجة نجد أنها ٤٢° ، وجيب هذه الزاوية يساوى٧٤٣و وجيب تمامها يساوى ٦٦٩و وهما قيمتان لا تختلفان كثيراً عن الجيوب الموجهة .

٦ — وبعد الحصول على مصفوفة التحويل ت١ ، نقوم بعملية التدوير وذلك بإيجاد حاصل ضرب مصفوفة التحويل فى مصفوفة العوامل المركزية تبعاً لقاعدة ضرب المصفوفات التى سبق ذكرها . فمثلا نحصل على القيمة الأولى فى المصفوفة المدارة بإيجاد مجموع حاصل ضرب قيم الصف الأول من مصفوفة العوامل فى قيم العمود الأول من مصفوفة التحويل هكذا

(٦٧٣و) (٧٤٧و) + (— ٥٩٨و) (— ٦٦٥و) وهذه القيمة تساوى ٩٠٠,٠٠ونحصل على القيمة الأولى فى العمود الثانى فى المصفوفة المدارة بإيجاد مجموع حاصل ضرب قيم الصف الأول من مصفوفة العوامل فى قيمة العمود الثانى من مصفوفة التحويل هكذا (٦٧٣و) (٦٦٥و) + (- ٥٩٨و) (٧٤٧و) ، وهذه القيمة تساوى ٠٠١و٠ .

٧ ـ ولمراجعة العمليات الحسابية بعد إتمام عملية التدوير نحسب

الإشترا كيات من تشبع العوامل بعد تدويرها والتى يجب أن تتفق مع إشترا كيات العوامل المركزية الأصلية .

الأعداد الموجهة ل$_١$

	أ'	ب'
أ	١٫٠٠	٫٨٩
ب	—٫٨٩	١٫٠٠
مج ل^٢	١٫٧٩٢١	١٫٧٩٢١
$\sqrt{}$ مج ل^٢	١٫٣٣٨٧	١٫٣٣٨٧
$\frac{١}{\sqrt{مج ل^٢}}$ = ى$_١$	٫٧٤٧٠	٫٧٤٧٠

مصفوفة العوامل المركزية س

	أ	ب
١	٫٦٧٣	—٫٥٩٨
٢	٫٧٣١	—٫٣٨١
٣	٫٥٣١	٫٥٩٨
٤	٫٧٥٦	٫٣٩٨
٥	٫٣٩٩	٫٤٤٩
٦	٫٥٢٣	—٫٤٦٥

مصفوفة التحويل ت$_١$
جيوب التمام الموجهة

أ'	ب'
٫٧٤٧	٫٦٦٥
—٫٦٦٥	٫٧٤٧

مصفوفة العوامل المدارة

	أ'	ب'
١	٫٩٠٠	٫٠٠١
٢	٫٨٠٠	٫٢٠١
٣	—٫٠٠١	٫٨٠٠
٤	٫٣٠٠	٫٨٠٠
٥	—٫٠٠١	٫٦٠١
٦	٫٧٠٠	٠٠٠

ويلاحظ أن مصفوفة العوامل الأصلية × مصفوفة التحويل = المصفوفة المدارة .

تدوير المحاور المتعامدة فى ثلاثة أبعاد

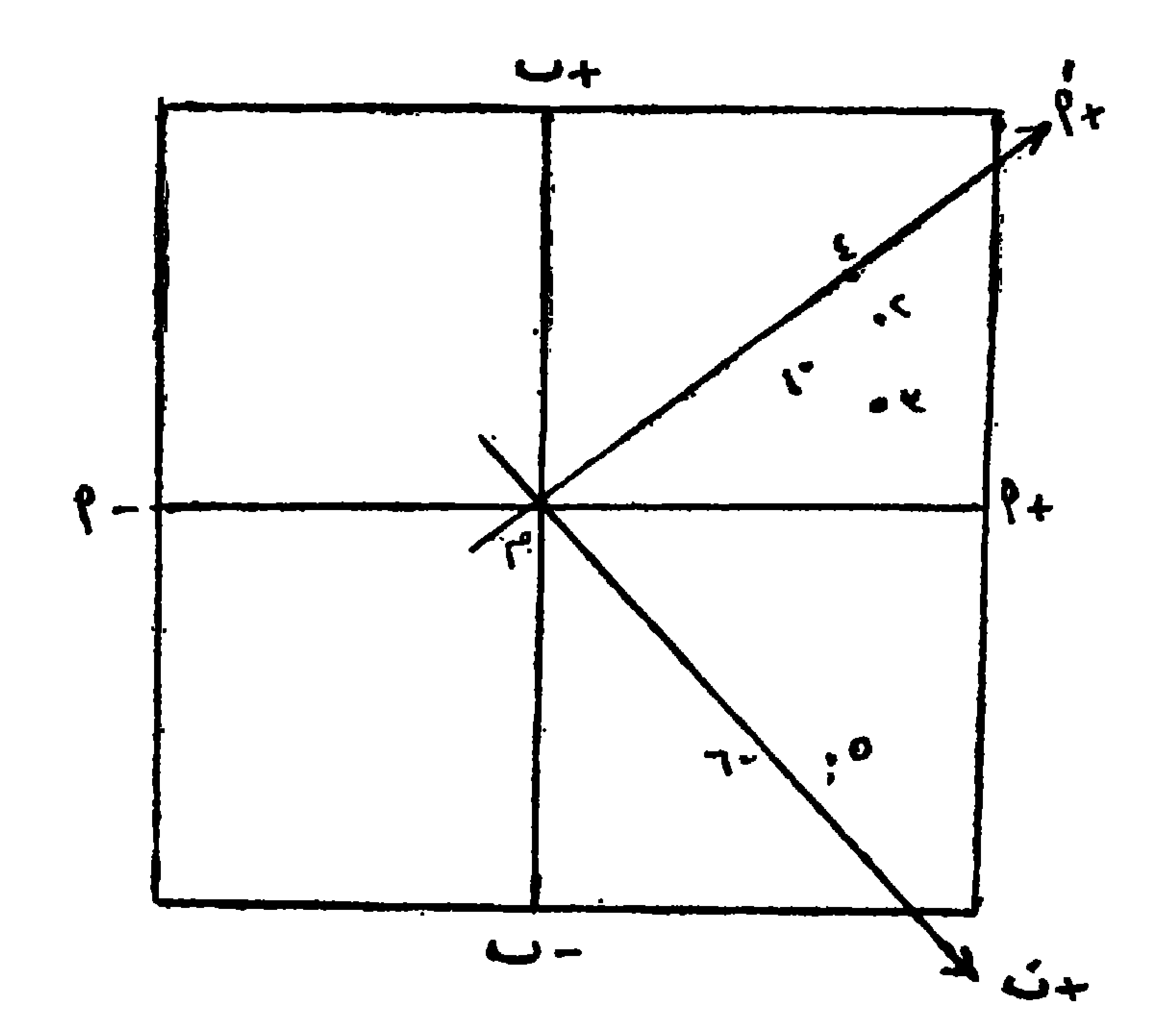
يمكن لعملية التدوير السابقة التى تقوم على بعدين فقط أن تمتد إلى إستخدام أبعاد ثلاثة ، أى تدوير ثلاثة عوامل فى وقت واحد . وجدير بالذكر أن الخطوات التى نستخدمها هنا تنطبق أيضاً على تدوير أى عدد من الأبعاد . وتقوم الطريقة على التدوير فى مستوى واحد فى كل مرة ، حيث نختار زوج من العوامل المركزية ، ونعين تشبعاتهما فى المستوى المحدد بمحوريهما ، بحيث يتعامد هذان المحوران على المحاور الأخرى كلها . ومن المفيد أحيانا أن نبدأ التدوير بإستخدام المحور المركزى الأول مع محور من المحاور الأخرى . فالعامل المركزى الأول له تباين فى كل إختبار تقريباً . ونبدأ عملية التدوير الأولى فى المستوى ا م ب الذى يحدده المحوران المركزيان ا ، ب كما هو مبين بالشكل (٨ — ٧) . وتشبه العمليات التالية الخطوات الأربع الأولى التى ذكرناها فى عملية تدوير محورين معاً فى كل مرة . حيث نبدأ بتمثيل العامل الأول بالمحور الأفقى والعامل الثانى بالمحور الرأسى ثم نحدد مواقع الإختبارات باستخدام تشبعاتها بكل من العامل الأول والثانى ثم نقوم بعملية التدوير . والخطوة الثانية تتم بحساب مصفوفة التحويل . وفى الخطوة الثالثة نحسب الأعداد الموجهة . ثم تتم عملية تقنين الأعداد الموجهة لكل محور جديد فى الخطوة الرابعة . وهنا نواجه عملية جديدة ، فمصفوفة التحويل يجب أن تكون من الرتبة الثالثة حيث يوجد هناك ثلاثة عوامل . ويلاحظ أننا نحصل على الخلايا الأربعة التى تتضمن المحورين ا ، ب فى المصفوفة ت، ، من إيجاد حاصل ضرب المصفوفة ل، فى ى، . وحيث أن المحور حـ لم يخضع للتدوير فى العملية الأولى فإن جيوب التمام الموجهة تساوى صفراً على المحورين ا ، ب والواحد الصحيح على حـ . وكذلك فالمحاور الجديدة ا َ ، ب َ لها مساقط صفرية على المحور حـ لأنها تبق متعامدة عليه . ويحسن مراجعة العمليات

الحسابية فى هذه الخطوة بإيجاد حاصل جمع مربعات العناصر فى أعمدة المصفوفة ت١ .

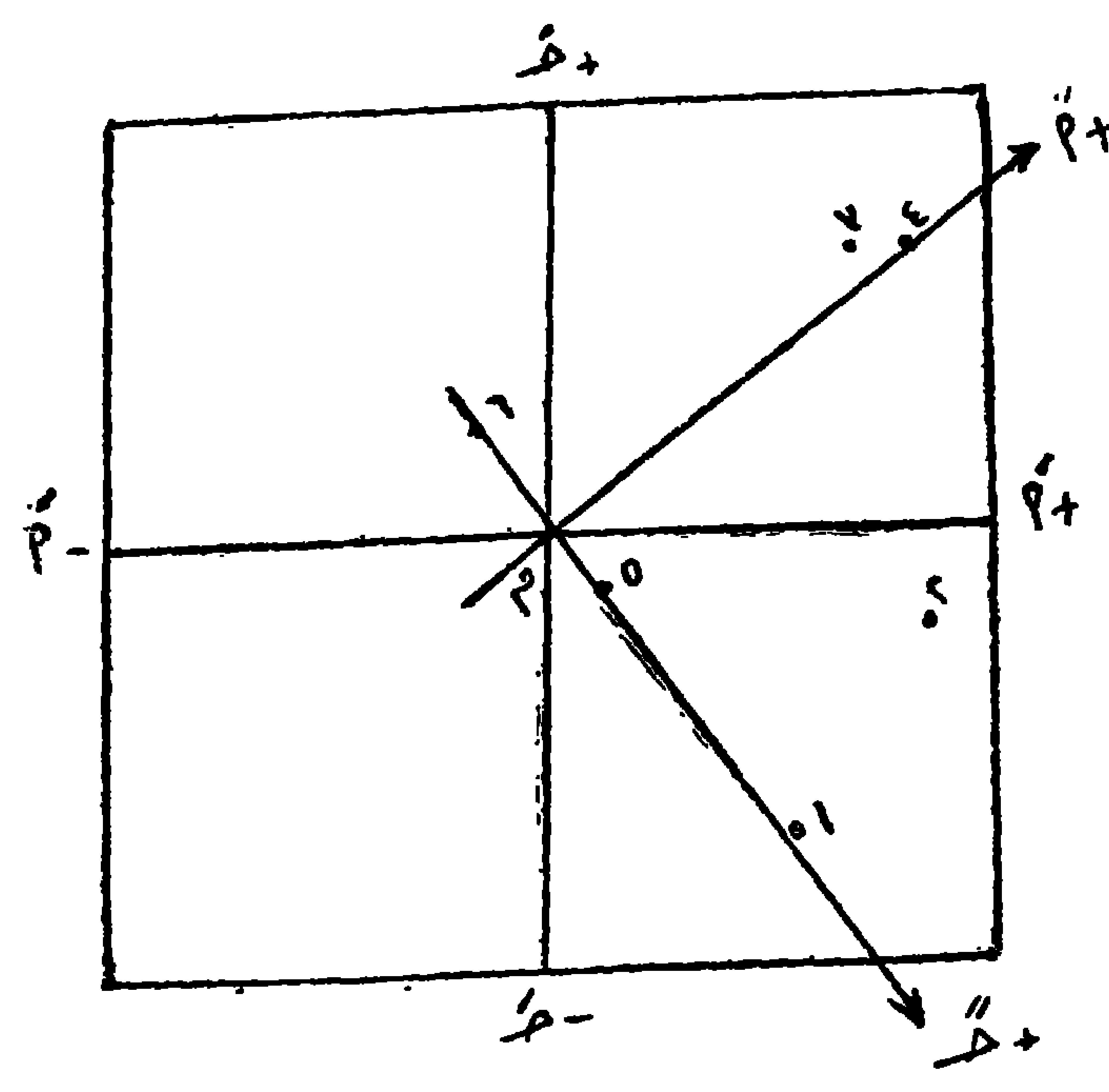
ثم نوجد حاصل ضرب مصفوفة العوامل الأصلية س فى المصفوفة ت١ لنحصل على مصفوفة العوامل المدارة . ويتضح أن تشبع المتغيرات بالعامل حـ تبقى كما هى دون تغير . وتتضمن عملية الضرب الفعلية عمودين من المصفوفة س وعمودين وصفين من المصفوفة ت١ .

نوجد مواقع الإختبارات بالنسبة لمحورين جديدين من مصفوفة العوامل المدارة الأولى ، وليكن المحوران ا′ ، حـ′ كما هو مبين بالشكل (٨—٨) . وهنا يمكن الحصول على خمس تشبعات صفرية أو قريبة من الصفر بتدوير المحورين . ثم نحسب الأعداد الموجهة ل٢ لإيجاد مصفوفة العوامل المدارة الثانية .

شكل (٨ — ٧) : مواقع الإختبارات بالنسبة للمحورين ا ، ب



شكل (٨ — ٨) : مواقع الإختبارات بالنسبة للمحورين ا ، حـ'



وتراجع العمليات الحسابية بحساب جيوب التمام الموجهة فى المصفوفة ت٢ وإيجاد حاصل جمع مربعات قيم أعمدة المصفوفة .

مصفوفة العوامل س

	ا	ب	حـ
١	,٤٩٣	,٢٢٨	—,٧١٨
٢	,٦٢٦	,٣٩٢	—,٣٢٣
٣	,٦٥٨	,١٨٨	,٥١٢
٤	,٥٤٥	,١٨٣	,٥٢٨
٥	,٦٨٤	—,٦٤٨	—,١١٢
٦	,٤٦١	—,٦٤٣	,١١٣

الأعداد الموجهة ل١

	ا'	ب'
ا	١,٠٠	,٨٧
ب	,٨٧	—١,٠٠
مج ل٢	١,٧٥٦٩	١,٧٥٦٩
√مج ل٢	١,٣٢٥٤٨	١,٣٢٥٤٨
ى١	,٧٥٤٤٤	,٧٥٤٤٤

مصفوفة العوامل المدارة الأولى

	أ'	ب'	ح'
١	٥٢٢و	١٥٢و	—٧١٨و
٢	٧٣٠و	١١٥و	—٣٢٣و
٣	٦٢٠و	٢٩٠و	٥١٢و
٤	٧٢٨و	—٠٠٧و	٥٢٨و
٥	٠٩١و	٩٣٨و	—١١٢و
٦	—٠٧٤و	٧٨٨و	١١٣و

جيوب التمام الموجهة ت٢

	أ'	ب'	ح'
أ	٧٥٤٤و	٦٥٦٤و	٠٠٠٠
ب	٦٥٦٤و	-٧٥٤٤و	٠٠٠٠
ح	٠٠٠٠	٠٠٠٠	١و٠٠٠٠
مجـ ت٢	١و٠٠٠٠	١و٠٠٠٠	١و٠٠٠٠

الأعداد الموجهة ل٢

	أ''	ح''
أ'	١و٠٠٠٠	٧٢٠و
ح'	٧٢٠و	—١و٠٠
مجـ ل٢	١و٥١٨٤	١و٥١٨٤
√مجـ ل٢	١و٢٣٢٢٣٥	١و٢٣٢٢٣٥
ع٢	٨١١١٥٣و	٨١١٥٣و

مصفوفة العوامل المدارة الثانية

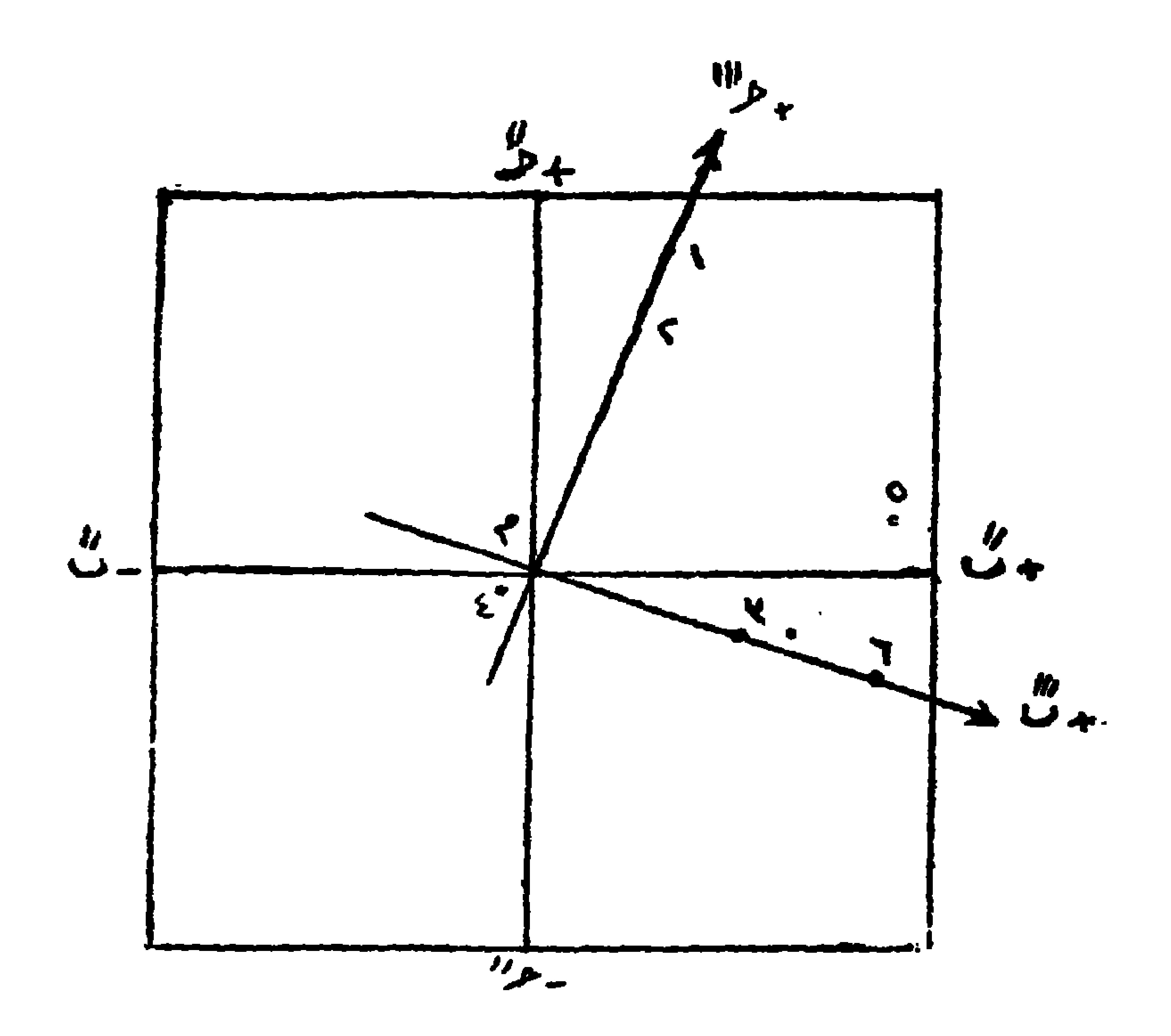
	أ''	ب''	ح''
١	٠٠٥و	١٥٢و	٨٨٨و
٢	٤٠٤و	١١٥و	٦٨٩و
٣	٨٠٢و	٢٩٠و	—٠٥٤و
٤	٨٩٩و	—٠٠٧و	—٠٠٤و
٥	٠٠٨و	٩٣٨و	١٤٤و
٦	٠٠٦و	٧٨٨و	—١٣٥و

جيوب التمام الموجهة ت²

	أ''	ب''	حـ''
أ'	٨١٢ر	٠٠٠	٥٨٤ر
ب'	٠٠٠	١ر٠٠٠	٠٠٠
حـ'	٨٥٤ر	٠٠٠	–٨١٢ر
مجـ ت²	١ر٠٠٠	١ر٠٠٠	١ر٠٠٠

ثم نوجد مواقع الإختبارات بالنسبة لمحورين جديدين من مصفوفة العوامل المدارة الثانية . وليكن ب'' ، حـ'' كما هو مبين بالشكل (٨-٩) .

شكل (٨-٩) : مواقع الإختبارات بالنسبة للمحورين ب'' ، حـ''



ثم نحسب الأعداد الموجهة $ل_٣$ للحصول على مصفوفة العوامل المدارة الثالثة . ثم نراجع العمليات الحسابية بحساب الجيوب الموجهة فى مصفوفة $ت_٣$ وإيجاد حاصل جمع مربعات قيم أعمدة المصفوفة .

الأعداد الموجهة $ل_٣$

	ب'''	حـ'''
ب''	١,٠٠	,١٧
حـ''	−١٧و	١,٠٠
مجـ $ل^٢$	١و٠٢٨٩	١و٠٢٨٩
$\sqrt{مجـ ل^٢}$	١و٠١٤٣٤٧	١و٠١٤٣٤٧
$ك_٣$	٩٨٥٨٦و	٩٨٥٨٦و

مصفوفة العوامل المدارة الثالثة

	ا'''	ب'''	حـ'''
١	٠٠٥و	−٠٠١و	٨٩٩و
٢	٤٠٤و	−٠٠٢و	,٦٩٧
٣	٨٠٢و	٢٩٥و	−٠٠٤و
٤	٨٩٩و	−٠٠٦و	−٠٠٥و
٥	٠٠٨و	٩٠١و	٣٠٠و
٦	٠٠٦و	٨٠٠و	٠٠٠

جيوب التمام الموجهة $ت_٣$

	ا'''	ب'''	حـ'''
ا''	١و٠٠٠	٠٠٠	٠٠٠
ب''	٠٠٠	٩٨٦و	١٦٨و
حـ''	٠٠٠	−١٦٨و	٩٨٦و
مجـ $ت^٢$	١و٠٠٠	١و٠٠٠	١و٠٠٠

الفصل ٩

تفسير العوامل

يتناول تفسير العوامل نقطتين أساسيتين . تهدف النقطة الأولى إلى مناقشة طبيعة وأصل العوامل ، وتناقش النقطة الثانية إرتباط العوامل ببعضها .

ومن الملاحظ أن العوامل تنشأ من أي شيء يؤدى إلى إرتباط أى مجموعة من المتغيرات . فإيجاد عوامل فى عملية التحليل يعنى ببساطة وجود بعض الأسباب أو المحددات المشتركة بين المتغيرات . فإذا إختلفت مجموعة من الأفراد إختلافا واضحا فى التعليم أو الخبرة أو الوضع الثقافى ظهرت عوامل تتعلق بهذه الفروق . وقد بين ودرو Woodrow أن التدريب على بعض الإختبارات يغير من تركيبها العاملى . ووجد ثرستون أن الأفراد من أعمار مختلفة قد أظهروا تشبعات عاملية مختلفة على نفس الإختبارات . وبين طومسون ولدرمن Leederman أن تشبعات العوامل تختلف بإختلاف عينات أفراد البحث . وهناك طرق أخرى يختلف فيها كل من العوامل وتشبعاتها . فقد بين سميث Smith أن التشابه فى شكل الإختبار وأيضاً محتواه ، قد يكون له نفس التأثير . ووجد ثرستون عاملا مشتركا بين أربع إختبارات كانت تقدر على أساس النسبة بين الوحدات الصحيحة والوحدات التى يحاولها الفرد . وعدد سبيرمان عدداً من المؤثرات التى تؤثر على محك الفروق الرباعية والتى تسبب التداخل بين المتغيرات وبالتالى تؤدى إلى ظهور العوامل .

تؤدى كل هذه الأدلة إلى إستنتاج أن العوامل التى توجد فى بطارية

الإختبارات تعتبر نتيجة للعينة ولطبيعة الإختبارات أو طريقة تقديرها ، ولخبره أو أعمار الأفراد أو غير ذلك من العوامل .

وإذا لاحظنا أن أى شيء يقيم مجموعة من الإرتباطات يؤدى إلى وجود عوامل ،ظهر لنا مدى ضعف تفسير بعض العوامل . فطومسون وثرستون وتريون يكررون النقد للفرض القائل بأن كل عامل لابد وأن يمثل قدرة عقلية أو سمة من سمات الشخصية . ولكن فى الحقيقة لم يذهب علماء التحليل إلى إعتبار أن كل عامل يفصل فى التحليل العاملى لابد وأن يكون له دلالة نفسية . والواقع أن بعض النقد قد وجه إلى سبيرمان وثرستون فيما يتعلق بما أطلقوه على العوامل التى إستخلصوها . حيث يدل مفهوم العامل العام على أنه يمثل الطاقة العقلية الكلية التى تكمن وراء كل عملية عقلية . كما أن القدرات الأولية لثرستون تعنى أنه قد إستخلص الأسباب الأسياسية وراء الفروق بين الأفراد فى القدرات العقلية .

ويذهب ألبورت Allbort إلى عكس ذلك فى تفسير العوامل حيث يقرر أن العوامل ليس لها دلالات نفسية وأنها ليست إلا مجرد أرقام رياضية قبل كل شيء . وتذهب أنستازى Anastasi إلى مثل هذا الرأى . ولذا يهتم ألبورت وأودبرت Odbert بالمكونات الأصلية للشخصية على النقيض مما يذهب إليه علماء التحليل العاملى من الإهتمام بالسمات الرقمية . والحقيقة أن العوامل ليست صورا رقمية فالتحليل العاملى لم يخلقها . فكل عامل يدل على تفاعل سبب أو عدة أسباب وراء ظهور هذا العامل . فبينما أمكن إيجاد تعريف بعض هذه الأسباب فإن البعض لم يعرف بعد . والعوامل التى ترجع إلى أسباب خاصة بدراسة معينة تكون ذات قيمة صغيرة نسبيا . هذا بينما توجد عوامل يتكرر ظهورها مع مجموعات مختلفة وباستخدام بيانات مختلفة . وهنا يجب ألا يقتصر إهتمامنا بهذه العوامل على مجرد تعريفها بل يجب الإهتمام بدراسة طبيعتها الأساسية . وأقرب تفسير لطبيعة العوامل يتقبله كل من دود Dodd وتريون وولفل هو ماذهب

إليه طومسون فى نظرية العينات . وتبدأ هذه النظرية بفرض مؤداة أن القدرة العقلية تتكون من عدد كبير نسبيا من المكونات الصغيرة ، كالأفعال العكسية الموروثة ، وعناصر سلوكية سواء أكانت موروثة أو مكتسبة وذكريات عديدة من الخبرات . ويتوقف أداء أى إختبار على عينة من هذه العناصر . وإذا تتضمن إختباران بعضا من العناصر المتشابهة فإنهما يرتبطان إرتباطا موجبا . وإذا كانت العناصر مختلفة فإن الإرتباط بينهما يكون صفرا . ولتفسير ظهور عوامل طائفية نفترض أن هذه العناصر تنظم فى مجموعات فيما بينها . ويعتقد طومسون أن هذه المجموعات قد تتداخل بسبب إشتراكها فى بعض العناصر ، وعلى ذلك فهى ترتبط فيما بينها . ويتكون العامل من وجهة النظر هذه من مجموعة من المحددات الأولية للقدرة . ويجد تريون فى هذه النظرية إتفاقا أكثر من غيرها مع ما نعرفه من أسس الوراثة والتعليم . ويفضلها بيرت أيضاً لأنها تتفق مع نتائج الابحاث البيوولوجية . ولقد عبر ثرستون فى دراساته الاخيرة عن وجهة نظر مشابهة تقريبا حيث قرر أن العوامل التى نستخلصها بطرق التحليل العاملى ليست فى صورة نهائية بل من المؤكد إمكان تجزئتها إلى عناصرها .

وتؤكد نظرية العينات حقيقة أن التحليل العاملى إحدى مستويات الوصف المفيد فى تناول القدرات . بينما لايزال هناك مستوى أكثر أساسية يتمثل فى عناصر الوراثة والخبرة التى تتحد معا مكونة العوامل .

وسواء إعتبرنا القدرة مكونة من عدد كبير من المكونات الاولية أو عدد قليل ، فإن بعض العوامل التى أستخلصت تتضمن مكونات هذه القدرة . وعلى أى حال ، فإن التعريف الذى يعرف به الباحث العامل يعتبر الفرض الذى يفترض فيما يتعلق بطبيعة ذلك العامل . ويحتاج الامر إلى مزيد من الدراسة سواء الدراسه العاملية أو التجريبية أو الإكلينيكية

للأخذ بهذا الفرض أو رفضه . وبدون هذه الدراسة لا توجد وسيلة أخرى لتحديد مدى قيمة وثبات العامل الذى نستخلصه . ولهذا السبب قام ثرستون بسلسلة من الدراسات صممت لقياس مدى ملاءمة ما أعطاه من تعريفات للعوامل التى إستخلصها فى تحليله لسبعة وخمسين من الإختبارات . وقد قام بتصميم إختبارات جديدة ضمها إلى الاختبارات التى سبق أن إستخدمها لتحديد العوامل الأولية الأصلية . ويهتم الباحث هنا بالتكوين العاملى الذى يحصل عليه ومدى مطابقتة لما قد أفترض من عوامل . فإذا إتفقت النتائج التى يحصل عليها الباحث مع ما كان يتنبأ به فعليه أن يثق فى نتائجه .

والنقطة الثانية فى تفسير العوامل تتضمن علاقة العوامل ببعضها . ويؤكد معظم علماء التحليل العاملى على أن العوامل يجب ألا ترتبط فيما بينها . أما ثرستون وتريون فقد ذهبا عكس ذلك وإعتقدا بإرتباط العوامل . غير أن الإعتقـــاد بإرتباط العوامل يقابله عدد من الإعتراضات المنطقيه . فقد قرر كل من بريس Price وتريون إلى أن العوامل التى تحددها الوراثة يجب أن ترتبط فيما بينها إرتباطا موجبا . كما أن جاريت يبين أن العوامل التى تنتج من وجود عناصر مشتركة فى التدريب والبيئة يجب أن ترتبط أيضاً . ولكن منطق الأخذ بفكرة عدم إرتباط العوامل يقوم على أساس أن الإرتباط يعقد دراستها إحصائيا حيث يسهل تناول العوامل غير المرتبطة .

والآن قد أصبح من المعروف أن التحليل العاملى يهدف إلى توضيح المفهومات فى مجال تنقصه المفهومات المحددة الواضحة . فبعد عملية التحليل وإختصار المتغيرات المتعددة إلى عوامل يذهب الباحث إلى تحديد الدلالات النفسية لهذه العوامل . وكما ذكرنا فإن بعض الباحثين يفضل ألا يعطى العوامل دلالات نفسيه أو أى نوع من الدلالة حتى بعد عملية التدوير .

وكل ما يقوم به الباحث هو تمييز العوامل بحروف أو أرقام مع تحديدها بالإختبارات التى تتشبع بها . وهذا الإتجاه فى تفسير العوامل يقلل من أهمية ربط العوامل فى نظام من المفهومات . ويرجع تخوف بعض الباحثين من تفسير العوامل فى مفهومات إلى تسمية أشياء ليس لها ثمة وجود . ولأنه لا يوجد فى الواقع أى شك فى فائدة ربط العوامل بمفهومات حتى يكون لدينا وسائل تحديد العمليات السلوكية التى نقوم بقياسها والتى تفيد أيضاً فى عملية الإتصال وخاصة إذا حددت هذه المفهومات فى إطار إجرائى .

ولكى يقوم الباحث بتفسير العوامل التى يستخلصها عليه أن يحدد الإختبارات التى تتشبع بتشبعات ذات دلالة بكل عامل ، والإختبارات التى تتشبع بتشبعات صفرية أو منخفضة بهذا العامل . وأن يحدد الخصائص التى تشترك فيها مجموعة الإختبارات التى تتشبع بالتشبعات ذات الدلالة وخصائص الإختبارات التى تتشبع بالتشبعات الصفرية أو المنخفضة . وقد يرجع الفرق بين المجموعتين إلى أن المجموعة الأولى من الإختبارات ذات خصائص لغوية بينما لا يكون نفس الأمر مع المجموعة الثانية . أو أن مجموعة الإختبارات الأولى تتميز بالمحتوى العددى بينما لا تتميز به المجموعة الثانية . وعلى الباحث أن يحدد خصائص كل إختبار والعمليات التى تتميز بها واحداته . ثم يقارن هذه الخصائص والعمليات عندما تتجمع الإختبارات فى عوامل طائفية .

ولتوضيح ما ذهبنا إليه فى كيفية تفسير العوامل فقد تناولنا بحثاً للمؤلف كان يهدف فيه إلى دراسة بعض القدرات التى فرضت كقدرات تؤدى إلى الابتكار والكشف عن الاختبارات التى تتشبع بتلك القدرات . وذلك ليتسنى لنا أن نبين عملية تحديد مفهومات إجرائية للعوامل التى نستخلصها .

فى هذا البحث إتبع المؤلف تحليل جيلفورد للعوامل الأساسية المؤدية إلى التفكير الابتكارى ويقصد بها :

١ — مرونة الحصر Flexibility of Closure

٢ — سرعة الحصر Speed of Closure

٣ — المرونة التكيفية Adaptive Flexibility

٤ — المرونة التلقائية Spentaneous Flexibility

٥ — الطلاقة الفكرية Ideational Fluency

٦ — الأصالة Originality

ثم قام المؤلف بجمع وتعديل بعض الإختبارات ووضع البعض الآخر فحصل على بطارية إختبارات لقياس هذه القدرات التى حددها كقدرات لازمة فى عملية التفكير الإبتكارى . وفيما يلى ثبت بالإختبارات التى استخدمت تحت القدرات التى تمثلها .

مرونة الحصر : الاحتفاظ بصورة الشكل رغم المشتتات .

١ — أشكال جوتشالدت Gottschaldt Figures طبعة ثرستون للإختبار من متعدد .

٢ — نقل الأشكال Copying Designs على مساحات منقطة .

٣ — إختبار سيجما لثرستون Thurstone's Sigma test ؛ وضع علامة تحت الأشكال التى تتضمن الشكل .

سرعة الحصر : السرعة فى التعرف على مثيرات غير كاملة نسبياً .

٤ — إختبار ثرستون للكلمات المشوهة Thurstone's Mutilated Words ؛ التعرف على الكلمات فى حروف مشوهة .

٥ — إختبار إستريت لتكميل الأشـــكال Street Gestalt Completion .

٦ — إختبار كلمات الحروف ــ الأربعة Four—letter Words ؛

وهى صفوف من الحروف الهجائية ليكون منها المفحوص كلمات من أربع حروف .

المرونة التكيفية : إعطاء حلول مختلفة لبعض المشاكل .

٧ — مشاكل عيدان الثقاب Matchstick Problems ؛ عدد الحلول المختلفة لمشاكل مكونة من أشكال من عيدان الثقاب .

٨ — إختبار المربعات لجيلفورد Guilford's Squares test ؛ وضع علامة × فى لوحة مقسمة بحيث لا يسمح بوضع إثنين فى نفس الصف أو العمود أو الخلايا القطرية . ودرجة الفرد هى عدد الحلول المختلفة .

٩ — المشاكل البديهية Ingeniuty Problmes ؛ مشاكل إستدلال تتطلب إعادة التنظيم بدرجة أكبر من الطريقة الرتيبة لحل المشكلة .

المرونة التلقائية : التحرر من قصور التفكير لإعطاء العديد من الأفكار .

١٠— إستخدام الطوبة (المرونة) (Brick uses (flex. ؛ عدد تغيرات الأنماط فى سرد الإستخدامات الممكنة للطوبة .

١١— الإستخدامات غير العادية Unusual uses لبعض الأشياء الشائعة ؛ ودرجة الفرد هى عدد الإستجابات المقبولة .

١٢— أسماء الموضوع (المرونة) (Object Naming (flex. ؛ كتابة أسماء « سوائل » و « نباتات » ودرجة الفرد هى عدد تغير الأنماط .

الأصالة : إنتاج الإستجابات غير العادية الجيدة .

١٣— الإستنتاجات (الجيدة) (Consequences (clever عدد التنبوءات غير العادية الجيدة بنتائج المواقف غير العادية .

١٤ – المستحيلات Impossibilities عدد الإقتراحات المقبولة .

١٥ – الجناس اللفظى (الجيد) (clever) Anagrams ؛ تكوين كلمات من حروف كلمة Generations؛ نسبة الكلمات النادرة الجيدة .

١٦ – بقع الحبر (الجيدة) (Inkblots (clever ؛ بطاقات رورشاخ ١ ، ٣ ، ٨ ، ١٠ ، عدد الإستجابات غير العادية الجيدة .

١٧ – الابتكار اللغوى English Creativity ؛ موضوع إنشاء عن « الكوخ فى الغابة » وقد صححه مجموعتان من المدرسين فيما يتعلق بالكمية ومدى الأفكار الجيدة وأصالتها .

١٨ – درجات التربية الفنية .

١٩ – إستفتاء الميول فى أوقات الفراغ ؛ نسبة الإستجابات التى تتضمن نشاطاً إبتكاريا .

الطلاقة الفكرية : سرعة إستدعاء الأفكار بغض النظر عن نوعها .

٢٠ – إستخدام الطوبة (الطلاقة) ، عدد الأفكار الكلى .

٢١ – الإستنتاجات (الطلاقة) ، عدد الاقتراحات .

٢٢ – الموضوعات Topics ، عدد الأفكار لكل موضوع .

٢٣ – بقع الحبر ، عدد الاستجابات الكلى .

الصلابة ـ المرونة : إختبارات متنوعة اقترحها بحاث آخرون كاوفل وتشاون ولتشنز وغيرهم .

٢٤ – الكلمات المختفية Hidden Words ؛ فى ثبت الكلمات الأول المختلطة يتكون إستعداد عقلى فى الكشف عن أسماء للحيوانات ويحتوى الثبت الثانى أيضاً على أسماء حيوانات بالإضافة إلى كلمات مختصرة

وأسهل مختفية ، والدرجة هى عدد الكلمات من النوع الآخير التى يكشف عنها المفحوص .

٢٥ — التقريب الرياضى Mathematical approximation ؛ مجموعات من المشاكل الحسابية والجبرية والهندسية ، والتى يمكن حلها سواء بالطرق الرتيبة التى تتطلب كتابة مسودة أو بالطرق السريعة المباشرة ، والدرجة هى عدد المسائل التى يحلها المفحوص بدون كتابة مسودة .

٢٦ — تكوين المفهومات Concept formation ؛ إختبار لوفل الذى يقوم على أشكال فيناك لكى تصنف تبعاً لمبدأين أو ثلاثة .

٢٧ — إستفتاء تشاون ، عدد الأنشطة المرنة مقابل الأنشطة الجامدة أو الوسوسية .

٢٨ — الكلمات ذات المعنى المزدوج Double—meaning Words ؛ كتابة كلمة ثالثة لها نفس معنى الكلمة المكتوبة على اليسار .

الطلاقة الكلامية : إنتاج الكلمات بسرعة لتحقيق مطالب تركيبية معينة ، بغض النظر عن المعنى .

٢٩ — الجناس اللفظى (الطلاقة) ؛ عدد الكلمات المختلفة .

٣٠ — بداية الكلمة ؛ سرد كلمات تبدأ ببداية معينة .

٣١ — الحرف الأول والأخير First and last letter ، سرد كلمات تبدأ وتنتهى بحروف معينة .

سرعة الإدراك : سهولة إدراك التفاصيل المختلطة بمادة غير ملائمة .

٣٢ — إختبار سرعة الإدراك Perceptual Speed test ؛ شكل معين يتبع بثمانية أشكال ، ثلاثة إلى خمسة منها تشبه الشكل المعين ، وعلى المفحوص وضع خط تحت الشكل المشابهة للشكل المعين .

٣٣— إختبار × المنثورة Scattered X'S لثرستون : حروف هجائية منثورة على الصفحة ، وعلى المفحوص تحديد سبعة من × على كل صفحة .

٣٤— إختبار مانيسوتا الكتابى Minnesota Clerical test ؛ أزواج من الأسماء ، وعلى المفحوص تحديد ما إذا كانت متشابهة أو مختلفة .

العامل العام :

٣٥— إختبار التجريد لشبلى Shipley abstraction test .

٣٦— التصنيف غير اللفظى (لوفل) Non—Verbal Classification ؛ مجموعات من ستة أشكال ، وعلى المفحوص أن يضع علامة تحت ثلاثة أشكال فى كل مجموعة وذكر سبب التصنيف .

عامل التفهم اللغوى .ويحتمل أن يكون موجودا فى كثير من الاختبارات السابقة بالاضافة إلى ؛

٣٧— إختبار المفردات اللغوية لتشاون .

العامل العددى :

يوجد فى إختبار ٢٥ بالاضافة إلى المتغير ٣٨ — درجات الامتحانات المدرسية فى الرياضة .

العامل المكانى :

يحتمل وجوده فى الاختبارات ١ ، ٢ ، ٦ ، ٧ ، ٨ بالاضافة إلى :

٣٩ — إختبار لوحة الأشكال Paper formboard test ؛ الاستجابة المبتكرة لاختبار مانيسوتا .

٤٠— تذكر الأشكال Memory for designs (طبعة لوفل) .

العينة : ولقد أختيرت العينة من بين تلاميذ مدارس الثانوى العام ، حيث يعتبر ذكاؤهم فوق المتوسط مما نتوقع معه بروز القدرات الإبتكارية . وتتضمن العينة الكلية ١٧٠ تلميذا من كل فصول السنة الثانية والثالثة منها ٨٠ بنتا و ٩٠ ولدا . وكانت أعمارهم تتراوح بين ١٣ — ١٤ سنة .

طريقة القياس : لقد قسمت الإختبارات إلى عشر مجموعات حتى لا تزيد مدة الإختبار عن ٣٥ دقيقة .

ولقد قام المؤلف بتطبيق سبع مجموعات ، أما المجموعات الثلاثة الأخرى فقام بتطبيقها عشرة طلاب من السنوات النهائية الذين يعاونون المدرسين فى المدرسة ، بعد أن أعطيت لهم التعليمات الكافية ، وطلب منهم إتباع التعليمات بدقة . وكانت الإختبارات التى تضمنتها هذه المجموعات هى الإختبارات التى تتأثر إجاباتها بالمناقشة التى قد تدور بين التلاميذ الذين أعطوا الإختبارات والتلاميذ الذين لم يعطوها ، ولذلك كان من الضرورى أن تعطى هذه الاختبارات فى كل الفصول فى وقت واحد . ولقد قام المؤلف بتصحيح الاختبارات تبعا لتعليماتها .

تحليل البيانات

يبدو أن توزيع الدرجات الخام كان عاديا عامة ، مع إلتواء بسيط ؛ ماعدا إلتواء موجب واضح فى حالات قليلة — تكوين المفهومات ، وإختبار التجريد ، وسرعة الإدراك . وإلتواء سالب — المشاكل البديهية ، وإستخدام الطوبة (المرونة) ، والاستخدامات غير العادية ، والاستنتاجات الجيدة وإستخدام الطوبة (الطلاقة). ويحتمل ألا تكون الانحرافات كبيرة مما يشوه المعاملات بدرجة عالية .

ولقد أستخدم فى هذا البحث طريقتين من طرق التحليل العاملى :

١ — طريقة المكونات الأساسية لهوتيلنج .

٢ — طريقة العوامل الطائفية لبيرت .

ونتناول هنا النتائج التى كشفت عنها الطريقتان حتى يمكننا أن نتبين أن طرق التحليل العاملى المختلفة تؤدى إلى نتائج متشابهة إلى حد كبير فيما تفضله من عوامل مشتركة .

طريقة المكونات الأساسية : لقد فصلت الوحدة الحسابية الالكترونية ثمانى مكونات أساسية من معاملات الارتباط التى حصلنا عليها من الاختبارات . ويبين جدول (٩ — ١) تشبع كل إختبار بهذه المكونات الأساسية .

جدول (٩ — ١) : تشبع كل إختبار بالمكونات الأساسية

الاختبار	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	هـ٢
١ — الأشكال المختفية	٦٤٩	٠٢٨—	٢٥٩	١٢٩	١٦٨	١٣٣—	١٩٣—	١٥٨	٦١٤
٢ — النقل	٧٠١	١٧٤—	١٧٦	٠٦١	١٢٥—	٠٤٢—	٢١٩—	٠٠٣—	٦٢٢
٣ — الأشكال	٦١٦	١٤٣—	١١٧	٠٥٢	١٦٠	١٣١—	٢٣٧—	١٢٩	٥٣٤
٤ — الكلمات المشوهة	٤٥٤	٠٩٥—	٤٣٥—	١٩٧—	٠٣٩	٢٢٦ -	٠١٧	٢٤٢—	٥٥٨
٥ — تكميل الشكل	٢٩٧	٠٨٠	٠٢٩	٤١٣—	٢٠٢	٣٤٤—	٠٤٣	٠٤٢—	٤٢٩
٦ — كلمات الحروف الأربعة	٤٤٠	٠٢٣—	١٧٨—	١٧٠	٢٠١	٣٤٦—	١٦٢	٠٣٦	٤٤٣
٧ — مشاكل العيدان	٤٧٦	١٥٥—	١٤٩	٠٦٨	٠٢٠	١٧٦	٠٤٩—	٣٠١	٤٠٢
٨ — المربعات	٣٥٣	٠٠٣—	٣٠١	٢٤٠	١٨٣	٢٥٧	١٢٨—	٠٤٠	٣٩١
٩ — المشاكل البديهية	٤٢٥	٠٦٣—	٤٥٩—	١٠٥—	٢٩٧	٣٣٧	٠٤٩—	١٤٢	٦٣١
١٠ — إستخدام الطوبة (المرونة)	٢١٣	٢٠٥	١٢١	٢٨٩—	١٣٤—	٣٦٢	١٣٤—	٢٦٤—	٤٢٣

١١ — إستخدام الطوبة (الطلاقة)	٢٠٨	٥٧٢	—٠٤٧	٠٠٣	١١٤	—١٧٨	—١٩٧	١٩٠	٤٩٢
١٢ — الإستخدامات غير العادية	٣٤١	٤٤٢	١٨٩	—٣٢٠	٠٠٠	٠٤٨	٠٠٥	٠١٢	٤٥١
١٣ — أسماء الموضوع (المرونة)	٠٩٥	٤٠٢	—٢٠٩	—٢٠٤	٤٣٧	٠٢٥	—٢٠٢	—٠٠٦	٤٩٠
١٤ — الاستنتاجات (الطلاقة)	٢١٨	٥٣٠	—١٠٤	—١٢٣	—٤٣٦	—١٢٥	—٠٥٦	—٢٦٧	٦٣٥
١٥ — الاستنتاجات (الجيدة)	٢١٥	٤٦٥	—٠٤٥	—١٣١	—٣٠٥	—١٤٤	—٠١٠	٠٩١	٤٠٣
١٦ — المستحيلات	٠٧٤	٢٣٠	٢٦٢	—٠١٧	٢٨٠	—٠١٠	٠١٦	—١٥١	٢٨٤
١٧ — الجناس اللفظى (الطلاقة)	٢١٥	٣٤٣	—٠٢٦	٤٦٢	١٢٦	—٠٧١	١٤٠	—١٦٧	٤٤٧
١٨ — الجناس اللفظى (الجيدة)	١٥٧	٠١٨	٢١٩	٢٧٥	٠١٣	١٢٧	٥٦٦	٢٧٠	٥٥٩
١٩ — الموضوعات (الطلاقة)	٢٣٥	٦١٠	٢٤١	١٢٧	—٢٢٩	٠١٤	—٠٩٨	—١١٠	٥٧٥
٢٠ — الحساب (بدون مسودة)	٤٥٨	—٢٣٧	٠٣٦	٠٣٣	—١٠٨	٢٤١	—١٠٧	٠٨٤	٣٥٦

٢١ — الكلمات المختفية	٢٦٠	٢٠٨	—٤٥٢	٢١٧	٠٦٩	٢٨٣	—٠٩٢	٢٢٨	٥٠٧
٢٢ — التصنيف غير اللفظى	٥٥٧	٠١٨	—٠٢٣	—٠٧٣	—٢٩٨	٠٣٩	٠٦٥	١٩٨	٤٥٠
٢٣ — تكوين المفهومات	٤٨٣	—١٥١	—٠٠٩	٠٤٤	—١٧٩	٠٢٥	—٠٧١	—٠٢٧	٢٩٧
٢٤ — المفردات اللغوية	١٢٧	٢٨٨	—٢٠٤	—٣٦٢	—٠٢٦	—٠١٥	٣٩٠	٣٢٣	٥٢٩
٢٥ — بداية الكلمات	٢٢٠	٤٣٤	—٣٨٢	٢٢٢	٠٩٠	٠٥٢	—٠٥١	٠٤٦	٤٥٢
٢٦ — الحروف الأولى والأخيرة	٤١٣	٠٢٤	-٢٠٣	١٥٣	٢١٩	٤١٤	٢٦٧	—٢٦٤	٥٩٦
٢٧ — لوحة الأشكال	٦٩٤	—١٢٤	—٠٠٤	—١٥٩	—٠٤٠	—٠٢٣	—٢٧٣	٢٥٤	٦٦٨
٢٨ — تذكر الأشكال	٥٦٣	—٢٢١	٣٦٨	—٠٣٦	٠٢٩	٠٢٠	٠٨٨	—٠٦٣	٥٧٠
٢٩ — التجريد	٦٥٦	—١١٧	—٠٦٥	١٧٥	—٢٤١	٠٠٧	١٩٩	—١٢١	٥٩٢
٣٠ — سرعة الإدراك	٣٥٧	—٢١٣	٠٦٧	٢٠٥	٠١٠	—٤١٢	—٠١٧	—١٠٣	٣٩٩

٣١ — × المشورة	٤٠٢	—٠٩٣	—٢٦٠	٠٢٦	—٠٩٩	—١٨٨	٣٠٧	—٠٧٩	٣٨٥
٣٢ — مانيسوتا الكتابى	٢٤٠	٢٣٣	—٢٢٧	٥١٧	—٠٥٦	—٣٦٧	١٧٣	—٠٠٩	٥٩٩
٣٣ — إستفتاء الميول ١	١٥٣	٠٦٤	٤٧٩	—٣٦٦	٢٥٥	—٢٠١	٣٦٠	—٠٠١	٦٢٥
٣٤ — إستفتاء الميول ٣	—٠١٥	٢٢٥	١٤٨	—٢٠١	—٣٣٣	—٢٧٤	—٠٤٢	٣٧٨	٤٤٤
٣٥ — الكلمات المزدوجة المعنى	٤٤٣	٠٤١	—٣٤٧	—٣٣٥	١١٦	٠٨٠	٢١٥	—١٨٠	٥٢٧
٢٦ — بقع الحبر (الطلاقة)	—٠٢٨	٣٧١	٤٥٤	٣٢٢	٠٥٤	٠١٤	—١٤٩	—١٤٦	٤٩٥
٣٧ — بقع الحبر (الجيدة)	١٣٩	٢٩٣	٤١٢	٠٥٨	٢٤٩	١٤٣	١٢٧	—١٣٤	٣٩٤
٣٨ — الإبتكارية اللغوية	—١١٦	١٦٣	٢٤٢	٠٦٤	—١٧١	٢٢٨	٣٨٣	٢٩٦	٤١٩
٣٩ — درجات التربية الفنية	٢٥٨	—٠٥١	٢٨٤	—٢٤٧	٢٩١	—٠٠٣	٠٩٧	—٠٥٤	٣٠٩
٤٠ — درجات الرياضة المدرسية	٥١٠	—١٩٠	١٣٢	—١١٥	—٢٧٦	١٥٣	٠٨٩	—٣٧١	٦٣٦

ويبين جدول (٩ – ٢) تشبع كل إختبار بالمكونات الأساسية بعد تدويرها . فقد خضعت مصفوفة العوامل لعملية التدوير المتعامد بطريقة كل محورين معاً حيث يصعب بدون التدوير تفسيرها تفسيراً ذا دلالة نفسية .

جدول (٩ – ٢) : تشبع كل إختبار بالمكونات الأساسية بعد تدويرها

الاختبار	١ ٦	٢ ٥	٣ ٤	٤ ٤	٥ ٥	٦ ٢	٧ ٣	٨ ١	هـ ٢
١ – الاشكال المختفية	١٥٢	٠٠٣	٠٢٤ –	٢٠٨	٦٩٤	٠١٢	١٩٢	١١٢ –	٦١٢
٢ – النقل	٠٨٤ –	٠٤٧	١٤٥	٠٦٩	٧٥٦	٠٥٩	٠٩١	٠٢٢	٦١٨
٣ – الاشكال	٠٤٩	٠٤٨	١٠٩ –	٠٦٣	٦٨٦	٠٠٨	١٥٠	١٤٣ –	٥٣٤
٤ – الكلمات المشوهة	١٥٢ –	٥٠٦	١٢٦ –	٢١٩ –	٣١٩	٢٣٨ –	١٤٩	١٧٧	٥٥٥
٥ – تكميل الشكل	١٣٣	٣٩٥	١٩٣ –	١٣٧	٢٦٧	٢٩٨ –	١٨٨ –	٠٥٣ –	٤٢٨
٦ – كلمات الحروف الاربعة	١٩٢	٢٥٨	٠٠٤ –	١١٦ –	٣٢١	٢٧٦ –	٣٦١	١١٧ –	٤٤٠
٧ – مشاكل العيدان	٠٨٥	٠٢٧	٠٨١	٠١١ –	٤٧٨	٣٢٥	٠٧٦	٢١١ –	٤٠٠
٨ – المربعات	٢١٧	١٨٥ –	٠٠٥ –	١٨٧	٣٨٠	٣٠٣	١٨٣	٠٥٧	٣٨٨
٩ – المشاكل البديهية	٠٣٤ –	٤٢٢	٣٣٨ –	١٩٧ –	٢٢٥	٤٠٨	٢٨١	٠١٧ –	٦٢٨
١٠ – إستخدام الطوبة (المرونة)	١٤١ –	١٨٦	٠٢٢	٣١٤	١٢٥	٢٨٦	١٨٢ –	٣٧١	٤٢٣

١١ — إستخدام الطوبة (الطلاقة)	—٠٧٩	٢٠٦	—١٤٨	٥٢٨	٠٣٩	—١٠٢	٢٧٦	—٢٣٣	٤٩١
١٢ — الإستخدامات غير العادية	—٠١٤	٣٧٨	—٠٣١	٥٤٢	—٠٨٠	٠٥٠	—٠٦٧	٠٠٤	٤٥٠
١٣ — أسماء الموضوع (المرونة)	٠٢٣	٢٩٢	—٥١٧	٣٢٠	—٠٥١	٠٢٣	١٦٨	٠١٤	٤٨٧
١٤ — الإستنتاجات (الطلاقة)	—٣٧١	٣٥٠	٢٩٠	٤٤٢	—٠١٧	—١٩٦	٠٨٨	٢١٧	٦٢٣
١٥ — الإستنتاجات (الجيدة)	—٢٤٣	٣١٥	٢٢٦	٤٠٤	—٠٣١	١٧١	٠٥٩	—٠٤١	٤٠٣
١٦ — المستحيلات	٢٩٤	٠٢٠	—١١٨	٣٩٨	٠١٦	—٠٥٤	٠٣٩	١٤٢	٢٨٣
١٧ — الجناس اللفظى (الطلاقة)	٢٠٩	٠١٥	١٤٣	٢١٣	٠١٠	—١١٩	٥٥١	١٣٧	٤٤٦
١٨ — الجناس اللفظى (الجيدة)	٤٩٩	٠٤٦	٤٣٥	—٠٤٩	—٠١٧	٢٠٤	١٥٦	—٢١٨	٥٥٦
١٩ — الموضوعات (الطلاقة)	—٠٨٧	٠٥٢	٢٧٩	٦٥٧	٠٥٥	—٠١٢	١٩٥	١١٢	٥٧٥
٢٠ — الحساب (بدون مسودة)	—٠٨١	٠٤٤	١٠٧	—١٠٣	٤٧٢	٣٢١	٠٤٨	٠١٦	٣٥٩

٢١ ـ الكلمات المختفية	—١٤٧	٢٣٤	—١٥٨	—٠٠٤	٠٠٤	٣٤٨	٥٢١	—١٢٧	٥١٠
٢٢ ـ التصنيف غير اللفظى	٠١٤	٣١١	٤٣٥	٠٠٨	٣٣٧	١٥٠	٠٥٧	—١٥٩	٤٥١
٢٣ ـ تكوين المفهومات	—١٢٣	١١٧	١٧٧	—٠٤٧	٤٦٢	٠٧٩	٠٩٤	٠٥٤	٣٠٠
٢٤ ـ المفردات اللغوية	٠٩٦	٦٠٤	٠٩٣	٠٨٢	—١٧١	٠٧٨	—٠٧٩	—٣١٤	٥٣٠
٢٥ ـ بداية الكلمات	—١٢١	٢٦٤	—٠٨١	١٩٩	—٠٧٢	٠٦١	٥٥٨	٠٢٩	٤٥٣
٢٦ ـ الحروف الأولى والأخيرة	٢٥٤	٣٠٨	٠٢٣	—١١٠	١٣٦	٣٤١	٣٧١	٣٨٩	٥٩٦
٢٧ ـ لوحة الاشكال	—١٧٢	٢٤١	—٠٥٥	٠٥٢	٧٠٧	١٥٤	٠٣٠	—٢١٧	٦٦٦
٢٨ ـ تذكر الاشكال	٢٨١	٠٢٨	١٧٣	—٠٥٥	٦٥١	٠٨٧	—١٢٨	٠٩٤	٥٧٠
٢٩ ـ التجريد	٠٠٤	٢٧٢	٤١٠	—١٢٨	٤٩٢	٠٤١	٢٦٤	١٤٠	٥٩٢
٣٠ ـ سرعة الادراك	٠٧٥	—٠٤٨	١٠٤	—١٢٢	٤٤٩	—٣٧٠	١٦٦	—٠١٢	٤٠١

٣١ — × المنشورة	٠٤٣	٣٩٥	٢٢٧	—٢٤١	٢٢١	—١١٦	١٩٧	٠٢٩	٣٨٥
٣٢ — مانيسوتا الكتابى	٠٣٦	٠٨٣	٢٦٠	٠١٨	٠٣٩	—٣٤٨	٦٢٣	—١٠٣	٥٩٨
٣٣ — إستفتاء الميول ١	٥٦٢	٢١٠	٠٣٧	٢٢٤	١٥٨	—١٦٦	—٣٩٤	—٠٥٣	٦٢٢
٣٤ — إستفتاء الميول ٣	—١٩٩	٠٨٠	٢١٨	٢٨٥	—٠١٢	—١٤٥	—٢٢١	—٤٤٤	٤٤٣
٣٥ — الكلمات المزدوجة المعنى	—٠٣٩	٦٤٨	—٠٩٥	—١٠٧	١٨٥	٠٦١	—٠٥٢	٢٠٩	٥٢٧
٣٦ — بقع الحبر (الطلاقه)	١٦٥	—٣٦٦	١٠٢	٥٢٦	٠٠٨	—٠٣٩	١٥٩	١٤١	٤٩٥
٣٧ — بقع الحبر (الجيدة)	٤٢٤	—٠٣٧	٠٣١	٤٠٨	٠٦٦	٠٩٥	٠٣١	١٧٤	٣٩٢
٣٨ — الأبتكارية اللغوية	٢٣٥	—٠٠٤	٣٩٢	١٢٢	—٢٤٦	٢٧٨	—٠٨١	—٢٢٠	٤١٧
٣٩ — درجات التربية الفنية	٣٥٨	١٣٨	١٢٩	١١٠	٢٨٦	٠٢١	—٢٠٩	٠٦٣	٣٠٦
٤٠ — درجات الرياضة المدرسية	—٠٩٤	١٩٨	٤٠٥	—٠٣٥	٤٨٦	٠٩٨	—١٢٥	٤٢٢	٦٣٨

إذن ماذا يمكن إستنتاجه من تشعبات العوامل بعد تدويرها ؟

(ا) تشعبات ٥° :

من الواضح أن العامل البارز هنا هو العامل المكانى ، لتشبع جميع الاختبارات غير اللفظية به كمرونة الحصرومرونة الإنتقال ،كما تشبعت به أيضاً الاختبارات المكانية العادية . وعلى أى حال ، فلقد أختيرت زوايا الدوران لزيادة تشبعات إختبار تذكر الأشكال (٢٨) وإختبار لوحة الأشكال (٢٧) . ولقد أظهرت إختبارات الأشكال المختفية والنقل والأشكال (١ ، ٢ ، ٣) تشبعات بنفس الدرجة . ولقد إستحال إستخلاص أى عامل مستقل لمرونة الحصر ، حيث تشبه إختبارات مرونة الحصر فى كثير من الأوجه تلك الإختبارات التى يعتبرها جيلفورد ممثله لعامل الإدراك المكانى . والسبب المحتمل لبروز عامل المكان هذا هو أن التلاميذ قد أختيروا على أساس القدرات اللغوية إلى حد كبير ، وعلى ذلك إرتفع تباينهم فى القدرات غير اللفظية والمكانية إرتفاعا نسبيا . ويلاحظ أيضاً أن العامل المكانى يلعب دورا كبيرا فى القدرات الرياضية (٢٠ ، ٤٠) ، ولكن تشبع إختبارات السرعة غير اللفظية (٤ ، ٥ ، ٦ ، ٣٠) كان منخفضا .

(ب) تشعبات ٢° :

يشبه هذا العامل التفهم اللغوى ، لأن الاختبارين اللذين أستخدما لتحديد زوايا الدوران هما المفردات اللغوية (٢٤) ، والكلمات المزدوجة (٣٥) . فيتعلق معظم تباين هذين الإختبارين بهذا العامل . ويتشبع به أيضاً إختبار الكلمات المشوهة (٤) والمشاكل البديهية (٩) التى تتطلب

٥° العدد الموجود فوق رقم العامل يدل على عدد مرات تدوير هذا العامل مع العوامل الأخرى . فهنا العامل الخامس قد تم تدويره خمس مرات .

أيضاً التفهم اللغوى . وعلى أى حال ، فمعظم الاختبارات اللفظية تتشبع بهذا العامل ، ولكن هذه التشبعات صغيرة ، والسبب بدون شك ، هو إختبار تلاميذ المدارس الثانوية العامة على أساس القدرات اللغوية بدرجة كبيرة .

(ح) تشبعات ٣٧ :

يتفق هذا العامل بوضوح مع الطلاقة الكلامية لثرستون . ولقد أستخدم إختبار الجناس اللفظى (١٧) (الطلاقة) وبداية الكلمات (٢٥) فى توجيه زاوية الدوران ، وهما إختباران للقدرة على إنتاج الكلمات بغض النظر عن معناها ، ويظهر إختبار مانيسوتا الكتابى (٣٢) تشبعاً عاليا أيضاً بدل أن يقيس عامل سرعة الإدراك . ويلاحظ أن إختبارات كلمات الحروف — الأربعة (٦) والحرف الأول والأخير (٢٦) ذات تشبعات عالية أيضاً مما يؤكد وجود العامل . والتشبع المحير هنا هو تشبع إستفتاء الميول (٢٣) (— ٣٩٤) ولكن من الواضح أن التلاميذ ذوى الميول الإبتكارية قد يكونوا ضعاف فى سرعة إنتاج الكلمات .

(ى) تشبعات ٤٤ :

يقرب هذا العامل من عامل الطلاقة الفكرية لثرستون رغم أنه يتضمن بعض الاختبارات التى كنا نتوقع أن تقيس المرونة التلقائية والأحالة . وتتطلب الاختبارات التى وجهت الدوران أساسا ، وهى الموضوعات (الطلاقة) (١٩) ، وبقع الحبر ، إنتاج كمية من الأفكار بغض النظر عن كيفها . ولاختبارات إستخدام الطوبة (الطلاقة) (١١) والاستنتاجات (الطلاقة) (١٤) نفس الطبيعة ، فتشبعاتها عالية أيضاً مما يؤكد تفسيرهذا العامل . ولكن يحصل إختبار إستخدام الطوبة (المرونة) (١٠) ، وأسماء الموضوع (المرونة) (١٣) والتى يمكن أن تمثل عامل

المرونة التلقائية ، على تشبعين متوسطين . ويظهر إختبار الاستخدامات غير العادية (١٢) تشبعا عاليا . وبالمثل يدل تشبع الاستنتاجات (الجيدة) (١٥) والمستحيلات (١٦) وبقع الحبر (الجيدة) (٣٧) ، العالية على أن الأصالة لم تتميز عن الطلاقة الفكرية بين تلاميذ هذه السن .

(هـ) تشبعات ١٦ :

يبدو أن هذا العامل يقترب من عامل الأصالة ، رغم أنه لم يعط تشبعا عاليا لأى إختبار من مجموعة الاختبارات التى يقترحها جيلفورد . ويبدو أن هذا العامل هنا يجمع بين عدد من الاختبارات المتباينة ، إختبار الجناس اللفظى (الجيدة) (١٨) وإستفتاء الميول (٣٣) ، وبقع الحبر (الجيدة) (٣٧) ودرجات التربية الفنية (٣٩) ، ويظهر إختبار الابتكارية اللغوية (٣٨) والمستحيلات (١٦) أيضاً تشبعات ذات دلالة مع أنها صغيرة . ولا يوجد هناك سبب يقترح لتفسير تشبع إختبار الإستنتاجات (الطلاقة) تشبعا سلبيا ذا دلالة . وعلى ذلك فنوع معامل الأصالة هنا ، يظهر فى إنتاج كلمات جيدة كما فى إختبار الجناس اللفظى (الجيدة) والاستجابات الجيدة فى إختبار بقع الحبر (الجيدة) وفى إستفتاء ميول أوقات الفراغ التى تتطلب الأصالة وفى التربية الفنية .

(و) تشبعات ٢٦ :

يلاحظ أن هذا المكون قطبى ، ولم تستطيع أى عملية تدوير فصل القطب الموجب للمرونة التكيفية عن القطب السالب لسرعة الإدراك . ويحتمل أن يتحد هنا عاملان طائفيان صغيران . ويمثل المرونة التكيفية إختبار مشاكل عيدان الثقاب (٧) والمربعات (٨) ومشاكل البديهية (٩) ويمكن إعتبار الكلمات المختفية (٢١) والمشاكل الحسابية (بدون مسودة) (٢٠) ، إختبارات للمرونة التكيفية ، لأن الحصول على درجات عالية فى هذه الإختبارات يتطلب من التلميذ الإنتقال من أداء لآخر . وقد لوحظ

على أى حال ، أن التشبعات ليست عالية ، وأن تشبع اختبار الحرف الأول والأخير (٢٦) من التشبعات العالية بهذا العامل. ومن الواضح أن تدل هذه النتيجة على أن الإختبار يتطلب إنتاج كلمات مختلفة للحصول على درجة عالية ويتضمن العامل الطائفى الآخر ذو التشبعات السالبة إختبارات وضعت لقياس سرعة الحصر ، ممثلة فى الكلمات المشوهة (٤) ، وتكميل الشكل (٥) ، وكلمات الحروف الأربعة (٦) ، مع عامل سرعة الإدراك الممثل فى إختبار سرعة الإدراك غير اللفظى (٣٠) ، وإختبار × المنثورة (٣١)، وإختبار مانيسوتا الكتابى (٣٢) . وقد تتطلب كل هذه الإختبارات إدراك التفاصيل المختفية فى مادة غير ملائمة .

(ز) تشبعات ٢' :

يمثل هذا العامل بواقى العامل العام أو عامل الاستدلال بعد أن تم تدوير كل العوامل الأخرى لتكون تشبعاتها موجبة كلما أمكن ذلك . ولم يحصل على تشبعات ذات دلالة إلا ثلاث إختبارات، التصنيف غير اللفظى (٢٢) ، إختبار التجريد (٢٩) ، والدرجات المدرسية فى الرياضة (٤٠)، ولا يوجد أى تفسير لتشبع إختبار أسماء الموضوع (١٣) تشبعا سالبا عاليا .

(ح) تشبعات ٨' :

لا يوجد أى تجمع ذو دلالة بين الإختبارات هنا ، ويحتمل أن يكون هذا عامل متبقى عديم الدلالة .

طريقة العوامل الطائفية :

لقد أعيد ترتيب مصفوفة الإرتباطات فى سبع مجموعات ، ثم طبقت طريقة بيرت للتحليل العاملى الطائفى غير المتداخل . ومع هذا فقد ظهر هنالك بعض من التداخل الموجب أو السالب بين العوامل الطائفية كما يتضح

من الجدول (٩ — ٣) الذى يمثل تشبع المتغيرات بمجموعاتها وبالمجموعات الأخرى .

المجموعة (ا) .

تظهر هذه المجموعة تشبعا ثابتا لكل العوامل (١، ٢، ٣، ٢٧، ٢٨) - ولا يحصل أى متغير من المتغيرات الأخرى على تشبع بها أكثر من ± ٢٦، . ولكن يتشبع المتغيران ٢ ، ٢٨ تشبعاً عاليا (٣٤٣) ، (٤١٨) بمجموعة الإستدلال (ز) ، ويتدخل المتغير ٢٧ مع نفس عامل الإستدلال . ويظهر المتغير ٢٨ تشبعا سالباقويا بالمجموعة (ج) . ومن الواضح تماما أن تتطلب المتغيرات ٢ ، ٢٧ ، ٢٨ الإستدلال بالإضافة إلى القدرة المكانية . وكما سبق أن ذكرنا ، فالمتغيران ٢٧ ، ٢٨ يحددان العامل المعروف بالتصور البصرى. ويبدو أنه لا يوجد فرق بينهما و بين المتغيرات ١ ، ٢ ، ٣ التى وضعت لقياس عامل مرونة الحصر .

جدول (٩ — ٣) : تشبع الإختبارات بمجموعاتها وبالمجموعات الأخرى

	ا	ب	حـ	ى	هـ	و	ز
١	٣٢٥	—٢٢٩	—٠٧٣	٠٢٦	٠٠٦	١١٩	—٠١٩
٢	٤٨٩	—٢١٣	—١٨٥	٠١٧	٠٨٥	—٠٥٠	٣٤٣
٣ (ا)	٣٧٥	—٠٤٩	—١٤٦	—٠٥٢	١٨٧	—٠٣٩	٠٦٧
٢٧	٢٧٢	—٠٤٠	—٢١٥	—٠٢٥	١٨٣	—٠٧٨	٢٨١
٢٨	٤٠٤	—١٢٣	—٣٣١	—١٦٥	١٢٠	٢٣٠	٤١٨
٩	٠٣٠	٤٣٦	١٨٤	—٠٨٨	٠٢٠	—٢٤٣	٠٠٥
٢٤(ب)	—٢٦٥	٣١١	٠٥٨	١١٤	٠٢٣	١٧٧	—١٣٧
٣٥	—١٤٨	٤٦٦	٠٤٢	٠٢٥	٢٠٢	—٠٨٦	٠٥٢
١٧	—١٧٣	—١٣٤	٤٦١	١٨٨	٠١٧	٠٧٤	—٢٠٥
٢١	—١٧٨	٢٤١	٣٤٣	١٧٦	٠٢٢	—٢٣٥	—٠٨٣
٢٥(حـ)	—٢٥١	١٦٥	٤٧٩	٢٩١	٠٣١	—١٠١	—٢١٣
٢٦	—١٩٣	١٧٩	٢٢٣	٠٠١	—٠١٣	٠٣٥	١٢٨
٣٢	—١٣١	—٠٥٨	٣٥٢	٠٤٨	٢٢٩	—١٣٧	—٠٦٦
١٠	—٠٦٩	٠٧٦	—١٠٢	٢٦٠	—١٣١	١٧٢	—٠١٤
١١	—٠٥٦	٠٨٦	١٤٣	٤٣٨	٠٣١	٢١٣	—٢٦٤
١٣	—٠٧١	٢٦٤	٢٤٧	٢٤٦	٠٦٨	١٥٤	—٢٩٢
١٤(ى)	—٢٣٠	٠١٦	١٤٥	٥٦٩	١١٣	٠٧٠	١٩٥
١٥	—١٣٨	٠٩١	٢٢٥	٣٦٦	—١٦٤	١٦٩	١٣٨
١٩	٠٣٥	—٠٦٢	٢٣٦	٦٢٧	—٢١١	٢٩٨	—٠٩٤
٣٦	١٠٢	—٣٥٨	١٧١	٣٠٢	—١٩٣	٣٤٠	—٠٤٨

تابع جدول (٩ — ٣) : وتشبع الإختبارات بمجموعاتها والمجموعات الأخرى :

	ا	ب	ح	ء	هـ	و	ز
٤	٠٥٨	٢٧٢	١١٥	-٠٥٢	٦٢٢	-٣٠١	١٥٤
٥	٠٤٩	٠٩٩	-١١٧	٠٦٧	١٧١	١٨٤	-١٩٥
٦ (هـ)	١١٠	-٠٠٢	١٩٢	-٠٤٣	٢٣٠	-٠٦٥	-١٠٣
٣٠	٢٩١	-٢٣٦	-٠٣٦	-١٣٠	٢٨٦	-٠٥٦	-١٦٨
٣١	٠١٢	١٩٧	١٢١	-١٤٢	٢٣٠	-٠٨٥	١٢٤
١٨	-٠٥٦	-٠٧٥	٠٨٨	-٠٥٩	-٠٥٥	١٨٨	٠١٧
١٢	-٠٢٩	-٠٧١	-٠٤٣	٤٨١	٠١٠	٣٠١	-٠٨٦
١٦	٠٠٢	-٠١٧	٠٢٧	٣٠٩	-٠٤٢	٣٠٦	-٢٢٤
٣٣	١٨٦	٠١٨	-٣٨٠	٠٣٧	٠٤٦	٥٥٨	-١٩٥
٢٧ (و)	٠٣٧	-٠١٨	٠٦٦	٢٧٠	-٢٠٧	٣٤٧	-٠٧٩
٣٨	-٠٤٨	-١٦٧	٠٠٢	١٠١	-١٧٧	٢٩١	٠٣٧
٣٩	١٣٤	-٠٨١	-٢٠٥	٠٠٢	٠٠٥	٢٣٠	-٠٣٣
٢٠	٢٦٦	٠٠٨	١٠٦	-١٢٦	٠٠٣	١٠١	٢٤٧
٢٢	٠٨٩	٠٦٢	-٠٣٨	٠٦٤	-٠٦٦	-٠٣٩	١٢٩
٢٣ (و)	١٩٢	٠٢٣	-٠٦٦	٠٧٩	٠١٤	-١٣٠	١٦٤
٢٩	٠٩٣	-١١٠	٠٨٧	-٠٨٠	١١٨	-٠٧٩	١٧١
٤٠	١٦٩	-٠٧٢	-٢١٥	-٠٢٤	٠٥٣	-٠١٩	٧٢٩
٧	٢٢٢	-٠٦٨	١٥٣	-٠٨٠	-٠٢٧	٠٨١	٠٨٥
٨	١٦١	-٣١١	٠٢٤	-٠٣٦	-١٦٥	٢٢٠	-٠٥٧
٣٤	-٠١٤	-٠٤٦	-١٥٥	٠٠٢	-١٠٩	١١٠	-٠٦٩

المجموعة (ب) :

تنفرد هذه المجموعة عن الإختبارات اللفظية الأخرى . فتحصل إختبارات الكلمات المشوهة (٤) والكلمات المختفية (٢١) وإختبار أسماء الموضوع (الطلاقة) (١٣) فقط على تشبعات ذات دلالة . وعلى أى حال ، فيحصل إختبار بقع الحبر (الطلاقة) (٣٦) والمربعات (٨) على تشبعات سالبة متوسطة . ولا يوجد هناك إلا إرتباطا بسيطا بين الإختبارات التى تكون هذه المجموعة والمجموعات الأخرى . وتحدد هذه المتغيرات هذه المجموعة على أنها عامل التفهم اللغوى . ويلاحظ أن إختبار المشاكل البديهية (٩) يعتمد كلية على هذا العامل ، والعامل العام ، ولا يعتمد إطلاقا على عامل المرونة التكيفية .

المجموعة (جـ) :

يمكن إعتبار هذه المجموعة على أنها مجموعة منفردة ، بمعنى أنه لا يحصل أى متغير آخر على تشبع عالى بها . ولكن تحصل المتغيرات ١٣ ، ١٥ ، ١٩ من عامل الطلاقة الفكرية على تشبعات تتراوح بين ٢٣,، ٢٤, فقط . ويظهر المتغير (٣٣) — إستفتاء الميول — تشبعا سالبا عاليا ، كما فى طريقة تحليل المكونات الأساسية . وأكثر الإختبارات تمثيلا لعامل الطلاقة الكلامية هو إختبار الجناس اللفظى (الطـــلاقة) (١٧) ، وبداية الكلمات (٢٥) .

ويحصل المتغير (٢١) الكلمات المختفية ، والمتغير (٣٢) إختبار مانيسوتا الكتابى على تشبع موجب عالى رغم أن هذين المتغيرين لا يتطلبان إنتاج الكلمات مباشرة . ويحصل المتغير (٢٦) ـ الحروف الأولى والأخيرة ـــ على تشبع أقل من المتغيرات الأخرى . ولكنه رغم هذا فهو أكثر إرتباطا بهذه المجموعة منه بالمجموعات الأخرى .

المجموعة (د) :

تظهر هذه المجموعة تباينا كبيرا رغم أنها تتميز أساسا بثلاث إختبارات من اختبارات الطلاقة الفكرية ، ١٤ ، ١٩، ١١ . ويحصل المتغير (١٥) — الاستنتاجات (الجيدة) ، وبقع الحبر (الطلاقة) (٣٦) على تشبعات متوسطة ، بينما يحصل المتغير (١٠) — استخدام الطوبة ، و (١٣) — أسماء الموضوع (المرونة) على تشبعات منخفضة . ولا يمكن تفسير هذين الإختبارين على أساس أنهما مقاييس للطلاقة الفكرية . ولكنهما لايظهران تشبعات عالية بعامل الأصالة أو المجموعات الأخرى . وقد يمثلان عامل المرونة التلقائية الذى لم يتميز تماما فى هذا السن ، فيتضمن كلاهما انتاج الأفكار كخطوة نحو التغير من نمط الى آخر . ويجب أن نذكر أن المتغيرين ١٢ ، ١٦ — الاستخدامات غير العادية والمستحيلات — يحصلان على تشبعات عالية الى حدما ، وأيضاً يحصل المتغير (٣٧) — بقع الحبر (الجيدة) على تشبع واضح . وعلى ذلك فهناك تداخل بين الطلاقة الفكرية والأصالة .

المجموعة (هـ) :

تظهر هذه المجموعة أيضاً انفرادية ، رغم حصول اختبار الكلمات المشوهة (٤) على أعلى تشبع . ويميل المتغيران ٣٠ ، ٣١ الى تحديد سرعة الإدراك ؛ ولكن لايبدو عامل سرعة الإدراك متميزا عن عامل سرعة الحصر كما تقيسه المتغيرات ٤ ، ٥ ، ٦ . ويلاحظ أن المتغير (٤) يحصل على تشبع سالب واضح بعامل الأصالة وكذلك تشبع موجب بعامل التفهم اللغوى .

المجموعة (و) :

تظهر هذه المجموعة أيضاً اختلافا الى حد ما ، رغم أن المحتوى

المشترك بين الإختبارات يدل على أنها تمثل الأصالة . وليس من الغريب أن نجد أن المتغير (٣٣) يحصل على أعلى تشبع ، فاستفتاء الميول يتناول مباشرة تفضيل الأداءات التي تتطلب قدرة على الأصالة ويحصل المتغير (١٨) — الجناس اللفظى (الجيد) على تشبع منخفض ، ولكن يبدو أنه لا يرتبط بأى مجموعة أخرى بأكثر من ذلك . ويكون تشبع المتغيرين (٣٨) ، (٣٩) منخفضاً أيضاً ، ولكنها تمثل الدرجات المدرسية التي يحتمل أن تكون ضعيفة الثبات . ومن متغيرات المجموعات الأخرى التي تحصل على أعلى تشبعات بهذه المجموعة ، المتغير (١٩) - الموضوعات (الطلاقة) ، والمتغير (٣٦) - بقع الحبر (الطلاقة) . وكما سبق أن ذكرنا فإن المتغيرين (١٢) ، (١٦) يحسن أن ينضما الى عامل الطلاقة الفكرية .

المجموعة (ز) :

يبدو أن هذه المجموعة قد تغيرت بعض الشيء من عامل الاستدلال الاستنباطى إلى العامل الرياضى ، فيحصل المتغير (٤٠) على تشبع عالى جداً ، بينما تظهر الإختبارات الأخرى تشبعات منخفضة جداً . ويوجد هناك تداخل بدرجة واضحة مع العامل المكانى (أ) . ومن الاختبارات الثلاث الأخرى التي لم تنضم إلى أى مجموعة : يظهر المتغير (٧) — مشا كل العيدان ، تشبعاً بالعامل المكانى ، والعامل العام . ويعطى الاختبار (٨) — المربعات ، تشبعاً بسيطاً بعامل الأصالة (و) . ولم يظهر أى دليل واضح عن عامل المرونة التكيفية مع تلاميذ هذا السن . ويظهر المتغير (٣٤) تشبعاً منخفضاً موجباً أو سالباً ، بكل المجموعات الأخرى ، ولا يوجد أى دليل واضح عن ربطه بأى مجموعة .

ويمكن بمقارنة نتائج التحليلين أن نستنتج أنهما قد أديا إلى نفس النتائج إلى حد كبير . وتبدو الصورة الدقيقة لتكوين بطارية الاختبارات كما يلى :

عامل عام يوجد فى كل الاختبارات —

١ — عامل مكانى + عامل مرونة الحصر
٢ — عامل سرعة الادراك + عامل سرعة الحصر
٣ — عامل الاستدلال + عامل رياضى
٤ — عامل التفهم اللغوى
٥ — عامل الطلاقة الكلامية
٦ — عامل الطلاقة الفكرية
٧ — عامل الأصالة .

ويبدو أن النتائج التى حصلنا عليها تكشف عن بعض العوامل المرجعية المعروفة جيداً — القدرة على التصور المكانى ، والقدرة على التفهم اللغوى ، والطلاقة الكلامية ، وسرعة الادراك والعامل العام . وفيما يتعلق بالعوامل التى فرضناها نعرض المناقشة التالية :

مرونة الحصر :

تظهر المتغيرات التى تمثل هذا العامل مع العامل المكانى ، فترتبط بالمتغيرات التى تمثل القدرة على التصور البصرى أو العامل المكانى فى كلا التحليلين ، مما يحتم أن تتداخل متغيرات كل مجموعة معا . وعلى ذلك لم يظهر عامل مرونة الحصر ، المتميز الذى ظهر فى دراسات ثرستون وبشتولدت Bechtoldt وميلى Meili وبوتسم Botzum وبمبرتون Pemberton وآخرين بمفرده هنا . ولكن يمكن أن نرى بعض التبرير لوجود مثل ذلك العامل فى محتوى الاختبارات . حيث تتطلب إختبارات الأشكال المختفية ، والنقل

والأشكال ، زيادة على مجرد التصور البصرى، الإحتفاظ بالشكل تصوريا وتناوله ضد المشتتات . ويحتمل أن يشبه هذا كثيرا تناول الأشكال التى يحتوى عليهـــا إختبار لوحة الأشـكال وبعض إختبارات العامل المـكانى الآخر .

سرعة الحصر :

يبدو أن هذا العامل أيضاً يرتبط بعامل سرعة الإدراك تبعا لطريقتى التحليل ، فلم يظهر عامل سرعة الحصر منفصلا كما فى دراسات ثرستون وميلى وبوتسم وبمبرتون وآخرين . ويبدو أن إختبارات الـكلمات المختفية وتـكميل الأشـكال وكلمات الحروف الاربعة تتطلب أكثر من سرعة الإدراك ؛ بمعنى سرعة التعرف على التفاصيل الدقيقة ، حيث تتطلب سهولة تجميع العناصر المنفصلة لتكوين شكل كلى . ولـكن يحتمل أن تعتمد معظم إختبارات سرعة الإدراك كذلك على التعرف على الأشكال الـكاملة كما تتوقف على تحليل التفاصيل .

المرونة التـكيفية :

ظهر هذا العامل فى تحليل المكونات الأساسية كقطب موجب فى العامل القطبى ، وظهر عامل سرعة الادراك وسرعة الحصر كقطب سالب . فظهرت إختبارات مشاكل العيدان والمربعات والمشاكل البديهية والـكلمات المختفية والحساب (بدون تسويده) ، والتى ترتبط بالتعريف الذى وضعه جيلفورد لهذا العامل ، معا وبتشبعات ذات دلالة . وعلى ذلك فهناك بعض الدليل على وجود هذا العامل ، كما قرره جيلفورد . وعلى أى حال ، فيحتمل أن يتـكون هذا العامل من العامل العام بدرجة كبيرة ، لأنه عند إستبعاد هذا العامل العام فى التحليل الطائفى ، لم يظهر هذا العامل ، ونقل ثلاث من متغيراته إلى مجموعات أخرى — المشاكل

البديهية إلى التفهم اللغوى، والكلمات المختفية إلى الطلاقة الكلامية، والحساب إلى مجموعة الاستدلال — لأنها تتناسب وتلك المجموعات. واستبعدت مشاكل العيدان والمربعات تماما لأنها إختبارات نقية للعامل العام. وعلى ذلك فمن الواضح أنه برغم تأكيد طريقة تحليل المكونات الأساسية لوجود عامل المرونة التكيفية، فإن هذا العامل يمكن أن يحلل إلى عامل عام وغيره من العوامل الطائفية الأخرى.

المرونة التلقائية :

لم تظهر المتغيرات التى فرضت لتمثيل هذا العامل — إستخدام الطوبة (المرونة)، أسماء الموضوع (المرونة)، والإستخدامات غير العادية — منفرده بذاتها فى كلى التحليلين. ولكن فى تحليل المكونات الأساسية أظهر الثلاث متغيرات تشبعات ذات دلالة بعامل فسر على أنه عامل الطلاقة الفكرية. وفى طريقة التحليل العاملى الطائفى، إنضم إختبار إستخدام الطوبة (المرونة)، وأسماء الموضوع (المرونة) إلى الطلاقة الفكرية، وإنضم إختبار الإستخدامات غير العادية، مع أنه يناسب الطلاقة الفكرية بدرجة جيدة، إلى المجموعة التى فسرت بعامل الأصالة. وعلى ذلك فبرغم تقرير جيلفورد لهذا العامل، إلا أنه لم ينكشف هنا. وقد يرجع ذلك إلى عدم إظهار تلاميذ هذا السن تغيرات واضحة فى الأنماط مما يتطلبه الحصول على درجات عالية فى إختبارات هذا العامل، مما يحتمل معه أن تكون المقاييس منخفضة الثبات.

الطلاقة الفكرية

فى كلا التحليلين، ظهرت المتغيرات التى تمثل هذا العامل معا لتؤكد وجود هذا العامل كما يوضحه ثرستون وجيلفورد ولونفلد وآخرون فى دراساتهم، رغم أن مورجان Morgan فى دراسته على صغار التلاميذ لم يتمكن من إيجاد ذلك العامل. ولقد ظهرت المتغيرات الأخرى التى فرضت

لقياس المرونة التلقائية والأصالة بتشبعات متوسطة أو تشبعات عالية بهذا العامل ، ونعنى إستخدام الطوبة (المرونة) ، وأسماء الموضوع (المرونة) ، والإستخدامات غير العادية ، والإستنتاجات (الجيدة) ، والمستحيلات وبقع الحبر (الجيدة) .

الأصالة :

فى تحليل المكونات الأساسية ظهرت المتغيرات — الجناس اللفظى (الجيدة) ، وإستفتاء الميول ، وبقع الحبر (الجيدة) ، ودرجات التربية الفنية — معا وبتشبعات عالية . وأظهر متغير الابتكارية اللغوية والمستحيلات تشبعات صغيرة ولكنها ذات دلالة . ولقد أكد التحليل العاملى الطائفى نتائج التحليل الأول . وعلى أى حال ، يجب أن نعترف بأن هذا التحليل لم يظهر تشبعات عالية لأى من الاختبارات التى إقترحها جيلفورد ، رغم أنها تشبه كثيرا العامل الذى فصله بارون فى القدرة الابتكارية .

وفيما يلى مثال آخر لدراسة عاملية فى مجال جوانب الشخصية الأخرى من إتجاهات وميول وسمات إنفعالية ، حيث أن ماتناولناه من بحث كان يختص بدراسة فى مجال القدرات العقلية ، حتى يتضح لنا أن منهج التحليل العاملى لايقتصر على جانب من جوانب الشخصية دون أخر . وأنه منهج لازم للوصول إلى موضوعية أكثر فى التفسير ، والتعبير عن البيانات بمفهومات أقل وذات دلالة أكبر . وفى ذلك يشير ثرستون إلى أن البيانات القصصية لاتصبح علما إلا إذا نظمت فى مجموعات حتى نكشف عن العوامل الكامنة فى النظام الديناميكى الذى تتكون منه الشخصية .

والدراسة التى نتناولها كمثال آخر ، هى بحث قام به المؤلف أيضاً فى دراسة كمية لإختبار بقع الحبر الروشاخ . فاختبار رورشاخ إختبار إسقاطى يقوم على إستخدام مجموعة من بقع الحبر المقننة التى نحصل بها على إستجابات

من الفرد والتى على أساسها تقيم شخصيته . ولقد شاع إستخدام هذا الإختبار فى ميادين كثيرة كالاضطرابات النفسيه والتوجيه المهنى والخدمة الاجتماعية . ورغم الدراسات العديدة التى تناولت هذا الإختبار ، فما زلنا فى حاجة إلى تقييمه بدقة أكثر . وهذا التقييم يجب ألا يقوم على التفسيرات الحدسية للاستجابات أو مجرد حساب التقديرات . ولكن معالجتنا يجب أن تقوم على إستخدام الوسائل الإحصائية الملائمة ، وأن نتجنب غير الملائم منها حتى لا نصل إلى نتائج خاطئة .

ويمكننا تطبيق الطرق الموضوعية على إختبار الرورشاخ ، لأنه يمكن تحويل الإستجابات إلى تقديرات عددية نستطيع معالجتها بالوسائل الإحصائية حتى نصل إلى تعميمات وتفسيرات صحيحة . وكخطوة فى سبيل تحقيق الموضوعية لإختبار رورشاخ يجب إستبعاد التفسيرات التى تقوم على التحليل المعقد الذاتى للتقديرات ، مؤكدين أن الوسائل الإحصائية الملائمة يمكنها أن تظهر العلاقات التى يمكن أن تقوم بين المتغيرات إذا كانت هناك علاقات . ولقد أخذ الباحثون منذ سنة ١٩٤٧ فى إستخدام التحليل العاملى فى دراسة المتغيرات التى يكشف عنها إختبار رورشاخ وتوصلوا إلى بعض النتائج المفيدة . ويحاول المؤلف فى هذه الدراسة إستخدام التحليل العاملى فى دراسة أهم متغيرات إختبار رورشاخ . ولكن هذه الدراسات تختلف عن الدراسات السابقة باستخدام عدد أكبر من أبعاد الشخصية التى تؤكدها الأبحاث كمتغيرات مرجعية ، وباستخدام طريقة أفضل فى حساب معاملات الإرتباط .

طريقة البحث

فى دراسة متغيرات إختبار الرورشاخ يجب ألا يقتنع الباحث بتصنيفها وتفسيرها بمفردها دون الرجوع الى الأبحاث التجريبية فى مجال دراسة

جوانب الشخصية . فالمداخل المختلفة لدراستها يجب أن تهتدى ببعضها فى الوصول الى تشخيص محدد ومتفق علية فى تكوينها . وفيما يتعلق برورشاخ اقتصر البحث على متغيرات حددتها طريقة كلوبفر فى التقدير ، من حيث مواضع الإستجابات والمحددات والشائع والمبتكر . ولقد أستخدمت بعض متغيرات المحتوى التى تعطى مدى كبيرا من التقدير والتى تبدو ذات دلالة سيكولوجية . ولكننا اعتبرنا كل الإستجابات رئيسية ، ولم نأخذ بفكرة أن بعضها رئيسى والبعض الآخر اضافى . وكان منطقنا فى هذا أنه يجب ألا نعتبر بعض جوانب السلوك اضافى والبعض الآخر رئيسيا . فالسلوك استجابات لمثيرات معينة . وبهذه الفكرة نزيل مصدرا من مصادر الذاتية فى طريقة التقدير . وتأكيدا لهذه الفكرة ، فإن طريقة رورشاخ الجماعية لاتستخدم فكرة تصنيف الإستجابات الى استجابات رئيسية وأخرى اضافية. وكذلك فالإختبارات النفسية والإستفتاءات ومقاييس التقدير تهتم برد فعل الشخص دون الأخذ بهذا الفصل ، وعلى ذلك فقد كانت المتغيرات التى تناولها البحث كما يلى :

١ — ك كل البقعة

٢ — ج جزء كبير عادى

٣ — جـ جزء صغير عادى

٤ ج جـ جزء صغير غير عادى (ويتضمن ، جـ ج جزء دقيق ، جـ ط جزء حافى ، جـ د جزء داخلى ، جـ ن جزء نادر) .

٥ — ف فراغ أبيض

٦ — ش شكل

٧ — ح حركة بشرية

٨ — حح حركة حيوانية

٩ — ح غ يمثل هذا المتغير هنا مكونا من المتغيرات : ح غ (حركة غير حية والشكل لا يدخل فى الاعتبار) + ح غ ش (حركة غير حية والشكل غير محدود) + ش ح غ (حركة غير حية والشكل محدد) .

١٠ — ظ يمثل هذا المتغير هنا مكونا من المتغيرات : ظ (التظليل كمظهر للملمس والسطح والشكل لا يدخل فى الإعتبار) + ظ ش (التظليل كمظهر للملمس والسطح مع وجود شكل غير محدد).

١١ — ش ظ التظليل كمظهر للملمس والسطح مع وجود شكل محدد .

١٢ — مع مع يمثل هذا المتغير مكونا من متغيرين يفترضهما كلوبفر :
(١) التظليل يعطى تأثيرا بالأبعاد الثلاثية ، (٢) والتظليل يعطى تأثير بالأبعاد الثلاثية أسقطت على مسطح . وهنا يمثل المتغير : مع + مع ش + ش مع + مع + مع ش + ش مع . حيث تظهر هذه المتغيرات بضآلة جداً يصعب معها تناول كل منها على حدة .

١٣ — !! لإستخدام اللون الأبيض والأسود . ويمثل هذا المتغير هنا مكونا من !! + !! ش + ش !! .

١٤ — ل لإستخدام اللون . ويمثل هذا المتغير هنا مكونات من المتغيرات : ل (استخدام اللون والشكل لا يدخل فى الاعتبار) + ل ش (استخدام اللون فى شكل غير محدد) .

١٥ — ش ل لاستخدام اللون فى شكل محدد .

١٦ — شائع

١٧ — مبتكر

١٨ — مجموع الاستجابات .

١٩ - متوسط زمن الرجع بالثانية استجابة للبطاقات غير الملونة (١ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧) .

٢٠ — متوسط زمن الرجع بالثانية إستجابة للبطاقات الملونة (٢ ، ٣ ، ٨ ، ٩ ، ١٠) .

٢١ — بشر يمثل هذا المتغير المحتوى الذى يتضمن البشر الحقيق أو الخرافى .

٢٢ — جزء بشر يمثل المحتوى الذى يتضمن الأجزاء البشرية الحقيقية أو الخرافية .

٢٣ — حيوان يمثل المحتوى الذى يتضمن الحيوان الحقيق أو الخرافى .

٢٤ — جزء حيوان يمثل المحتوى الذى يتضمن الأجزاء الحيوانية الحقيقية أو الخرافية .

٢٥ — تشريح يمثل المحتوى الذى يتضمن مفهومات التشريح سواء المتعلق منها بالحيوان أو الانسان أو النبات .

٢٦ — طبيعة تمثل المحتوى الذى يتضمن مناظر الطبيعة .

٢٧ — نبات يمثل المحتوى الذى يتضمن النبات .

٢٨ — شىء يمثل المحتوى الذى يتضمن أشياء من صناعة الانسان .

٢٩ — جغرافيا تمثل المحتوى الذى يتضمن مفهومات جغرافية .

٣٠ — نار تمثل المحتوى الذى يتضمن مفهومات عن النار .

ولم يتضمن هذا البحث متغيرات عن مستوى الشكل ولا التتابع بسبب مايتميز به مستوى الشكل من ذاتية كبيرة ، كما أن التتابع يضيف متغيرات متعددة أخرى لايهتم بها البحث .

بما إذن نقارن متغيرات رورشاح التى ذكرناها ؟ . وهنا يهدف البحث

إلى إستخدام بعض جوانب الشخصية التى تتفق عليها الأبحاث السابقة . ولكننا نتساءل : هل هذه الأبعاد صادقة أم لا ؟ . فإذا لم تكن صادقة ، فإننا سنعود إلى حيث بدأنا . أى إلى تقنين مفهومات غامضة بمقارنتها بأخرى غير محددة . ومحاولة وضع تكوين للشخصية على أساس من البيانات الغامضة .

وفى الحقيقة يمكننا أن نقول بأن الجوانب التى أستخدمت للمقارنة ، جوانب صادقة عند قياسها بوسائل صحيحة . ومعاييرنا فى الصدق هى أن المتغيرات يجب أن تقوم على أساس مظاهر السلوك التى نلاحظها وأنه يوجد هناك فروق فردية ذات دلالة بين الأفراد فيما يتعلق بهذه المظاهر السلوكية . وهذه المعايير يمكن أن تنطبق على الأبعاد التى استخدمناها فى البحث . فهذه الأبعاد تقوم على مظاهر السلوك التى نلاحظها ، واستخدمت الطريقة الافتراضية — الاستقرائية فى تحديدها . وعند تطبيق المقاييس التى وضعت لقياسها على مجموعة من الأفراد ظهرت فروق بينهم ذات دلالة . وهذه الأبعاد هى :

١ — العصابية : تحديد العصابية بعدم الثبات الانفعالى العام للفرد من حيث حساسيته الانفعالية الزائدة ، وإستعداده للإضطرابات النفسية تحت الضغط البيئى .

٢ — الانبساط مقابل الانطواء : يشير الانبساط إلى حب الفرد للإجتماع والعمل مع الآخرين وإنطلاق أوجه نشاطه وعدم كبتها .

٣ — التجديد مقابل المحافظة . يتميز الاتجاه التجديدى بمتغيرات منها : يجب إلغاء الملكية الخاصة ، يمكن إصلاح المجرمين ، الزواج غير الشرعى . ويتميز إتجاه المحافظة بمتغيرات منها : يجب أن تكون التربية الدينية إجبارية ، التأميم عملية غير مفيدة ، يجب أن يكون تحديد النسل أمرا غير قانونى .

٤ — العقلية الجامدة مقابل العقلية المرنة : تتميز العقلية الجامدة

بمتغيرات منها : العبادة تقاليد بالية ، النساء أقل قيمة . وتتميز المرونة بمتغيرات منها : علاج المجرمين أفضل من عقابهم ، يجب إلغاء طريقة الاعدام والعودة إلى الدين .

٥ — القيمة العلمية : يهتم الشخص العلمى بحقائق العلوم بغض النظر عما يكون فيها من نواح جمالية أو منفعية .

٦ — القيمة الاقتصادية تميز هذه القيمة الشخص المادى النفعى الذى يهتم بالانتاج والاستهلاك والتسويق وجمع الثروة .

٧ — القيمة الجمالية : يهتم الشخص هنا بالتجانس والأناقة والتنظيم وغيرها من العناصر الجمالية .

٨ — القيمة السياسية : يتميز الشخص السياسى بالسيطرة والقوة .

٩ — القيمة الاجتماعية : يتميز الشخص بحب الآخرين والسعى لمصلحتهم ومشاركتهم الوجدانية .

١٠ — القيمة الدينية : لا يقصد بالقيمة الدينية مجرد إهتمام الفرد بالذهاب إلى أماكن العبادة ، ولكن يتميز الفرد بالسعى وراء تفهم غموض الكون وعلاقته به .

١١ — الطلاقة الفكرية : القدرة على سرعة إستدعاء الأفكار بغض النظر عن نوعها .

١٢ — الأصالة : القدرة على إعطاء إستجابات غير مألوفة وجيدة .

١٣ — القدرة العامة : العامل المشترك الناتج عن تحليل عدد من إختبارات القدرات .

وبالاضافة إلى المتغيرات التى ذكرناها يتضمن البحث أيضا متغيرات أخرى إعتقد المؤلف أنها قد ترتبط بمتغيرات رورشاخ المستخدمة . ولقد

قدرت هذه المتغيرات باستخدام مقاييس للتقدير . وتمثل مقياس التقدير تسعة سمات للشخصية إختارها المؤلف من مجموعة السمات المزاجية لجيلفورد بعد أن أدخل عليها بعضا من التعديل فى التعريف . ويتضمن مقياس التقدير تدريجا من خمسة درجات تشير إلى مدى تكرار تلك المظاهر السلوكية . وفيما يلى وصف لهذه السمات :

١٤ — الابتكار : يهتم الفرد بالانتاج الجديد فى الموسيقى وغيرها من أوجه النشاط الأخرى .

١٥ — المثابرة : يواصل الفرد التفكير أو العمل حتى يحل المشكلة التى تواجهه .

١٦ — الكآبه : أن يكون لدى الفرد إحساس عام بثبوط العزيمة وقلة الأمل فيما يتعلق بالحياة والمستقبل .

١٧ — السيطرة : يتصف الفرد بالمبادءة فى العلاقات الاجتماعية .

١٨ — الاندفاعيه : أن تكون إستجابات الفرد سريعة دون التفكير فى النتائج .

١٩ — الدقة : الدقة الزائدة فيما يتعلق بالأمور البيئية والعلاقات الاجتماعية .

٢٠ — العصبية : سرعة الاستثارة وعدم الاسترخاء .

٢١ — عدم النضج : الحساسية الزائدة فيما يتعلق بمديح الآخرين أو ذمهم أو أنفعالاتهم .

٢٢ — النشاط العام : زيادة سرعة الفرد فى أداء معظم أوجه النشاط أكثر مما يتطلب الموقف ، أو تفوق هذه الزيادة سرعة الآخرين فى الأداء .

وفيما يلي وصف مقاييس وصف الذات ، والاختبارات ومقاييس التقدير التي أظهرت المتغيرات المستخدمة في التجربة .

إختبار بقع الحبر لرورشاخ : يتكون هذا الاختبار من عشرة بطاقات تسمى بلوحات هيرمان رورشاخ السيكو تشخيصية والتي نشرت عام ١٩٢١ وباستخدام طريقة كلوبفر في التقدير أدت بنا إلى المتغيرات التي نهدف إلى دراستها والتي ذكرناها فيما سبق .

مقياس موزلي لوصف الذات : يؤدي هذا المقياس إلى تقديرين : أحدهما للعصابية والآخر للإنبساط .

مقياس الرأي العام : يعطي هذا المقياس تقديرين للإتجاهات أحدهما للإتجاه التجديدي والآخر للعقلية المرنة .

مقياس القيم : يؤدي هذا إلى تقديرات عن القيمة العلميه ، والقيمة الإقتصادية ، والقيمة الجمالية والقيمة الإجتماعية والقيمة السياسية ، والقيمة الدينية . والمقياس الذي استخدم في هذا البحث ، الطبعة التي قننتها رتشاردسون على عينات إنجليزية .

إختبار التجريد : وضع هذا الاختبار فرنون . وهو مشبع بالقدرة العامة .

إختبار الموضوعات : يتكون هذا الإختبار من موضوعين اختارهما ثرستون لقياس الطلاقة .

إختبار المستحيلات : إستخدم جيلفورد هذا الإختبار لقياس الطلاقة الفكرية .

مقياس الميول : أخذ المؤلف هذا المقياس من مقياس وضعه فرنون للميول .

ويقوم هذا المقياس على توجيه أسئلة عن أشياء يجب أن يقوم بها الفرد أكثر من غيرها فى وقت فراغه ويقضى فيها معظم وقته . ولقد أظهر هذا المقياس تشبعا كبيراً بالأصالة .

مقياس التقدير : يتضمن هذا المقياس تسعة سمات هى : الإبتكار ، والمثابرة ، والكآبة ، والعصبية ، والسيطرة ، والاندفاعية ، والدقة ، وعدم النضج ، والنشاط العام .

ولقد قام مشرفان كل على حدة بتقدير أفراد العينة فى هذا السمات باستخدام تدريج من خمسة درجات مبينا مدى تكرارهذه المظاهر السلوكية وهى : غالبا جداً ، غالبا ، أحيانا ، نادراً ؛ نادراً جدا . والقيمة العددية لكل منها هى : ٥ ، ٤ ، ٣ ، ٢ ، ١ على الترتيب .

ولقد جمع تقدير المشرفين فحصلنا على مقياس يتراوح مداه بين٢ -- ١٠.

العينه . كانت العينه ٩٨ طالبة من كليه معلمات بلندن حيث متوسط السن ٢٠ سنة .

طريقة تطبيق المقاييس : تنقسم المقاييس التى أستخدمت فى البحث إلى ثلاثة أقسام :

المجموعة الأولى : تتكون هذه المجموعه من إختبارات الورقة والقلم ، ونعنى بها ، مقياس موزلى لوصف الذات ، ومقياس الرأى العام ، ومقياس القيم ، وإختبار التجريد ، وإختبار الموضوعات ، والمستحيلات ، ومقياس الميول . ولقد طبقت هذه الاختبارات فى صورة جماعيه .

المجموعة الثانية : تتكون من إختبار رورشاخ الذى قام المؤلف بتطبيقه فى صورة فردية ، وتتكون عملية القياس بهذا الاختبار من جزءين :

(ا) مرحلة الأداء : وهى الطريقه التى يمكن بواسطتها الحصول على إستجابات الفرد لبقع الحبر .

(ب) مرحلة الاستقصاء : وهى الطريقة التى يمكن الحصول بواسطتها على البيانات اللازمة لتقدير السجل . ولقد أستخدمت أسئلة معينة للكشف عن مواضع الإستجابات ومحدداتها .

الإستقصاء عن مواضع الإستجابات : لقد أعطيت البطاقات الواحدة بعد الأخرى مع توجيه هذا السؤال : « بين لى أين رأيت هذا ؟ » ، لكى يبين الفرد أين رأى هذه الاستجابة . وبواسطة هذا السؤال أستطاع المؤلف أن يعين مواضع إستجابات كل أفراد العينة .

الاستقصاء عن المحددات : بعد أن تحدد الاستجابة على صحيفه المواضع يسأل الفرد عن محدد الاستجابة « ما الذى أعطى لك فكرة أن هذا ..؟» ثم يسأل سؤال آخر للكشف عن محددات آخرى إذا كان هناك شىء منها : « هل يوجد هناك شىء آخر يساعد على فكرة أن هذا يشبه ... » .

ولقد واصل المؤلف الاستقصاء إذا لم يكن قد اتضح أن الحركة قد أستخدمت كمحدد ، فوجه السؤال التالى : « أين تعتقد أنك تشاهد (...) كهذا ؟ » . وإذا لم يؤدى هذا السؤال إلى توضيح وجود أو عدم وجود الحركة كمحدد ، إنتقل المؤلف إلى خطوة آخرى . فيوجه إلى الفرد السؤال: « فى أحد البطاقات قلت إنها تشبه (...) وهو يسبح ، فكيف ينطبق هذا على الانسان / الحيوان / السحاب ... الخ الذى تراه هنا ؟ » .

ومن الجدير بالذكر أن السؤالين الأولين يكشفان عن المحددات بما فى ذلك الحركة فى كل الحالات تقريباً ، وأن السؤالين الآخيرين نادراً ما يكشفان عن شىء . ويرى المؤلف أنه من الأفضل الاقتصار فى مرحلة الاستقصاء على السؤالين الأولين حتى نتجنب التأثير الايحائى للسؤالين الأخيرين .

المجموعة الثالثة : قام المشرفون بتقدير السمات ، حيث قام بتقدير كل طالب مشرفان ، ثم جمع تقديرهما معا .

وبذلك كانت البيانات التي أستخدمت في التحليل هي تقديرات في ٥٣ متغيرا . ولقد عدلت هذه التقديرات قبل حساب معاملات الارتباط لأن إنحراف التوزيعات عن التوزيع الاعتدالي كان من الكبر بحيث يؤثر على معاملات الارتباط وخصوصا متغيرات رورشاخ . وتقوم الطريقة على أن كل توزيع يقسم إلى مجموعات باستخدام إنحراف معياري قيمته ١٠ . ولقد قامت الوحدة الحسابية بحساب معاملات الارتباط بطريقة بيرسون، ثم عولجت البيانات بالتحليل العاملي كما يلي :

قامت الوحدة الحسابية الالكترونية بحساب المكونات الأساسية لكل مصفوفة معاملات الارتباط . ففصلت ست مكونات . وتعتبرا المكونات الست هذه عدداً يكتفى به نظراً لعدد الاختبارات المستخدمة وأنواعها، وكذلك عدد أفراد العينه . ولقد أيد محك مويزر ، ونعنى به تفرطح التباين الكلى للعوامل المتتالية ، هذا الرأى . ويتضح أن تلك المكونات تتصف بالتعقيد نظرا لانها تمثل جمعا من متغيرات مجالين مختلفين ، هما استجابات رورشاخ من ناحية والاختبارات الأخرى مع التقديرات من ناحية أخرى. ولقد وجد المؤلف أنه من الاسهل الوقوف على طبيعة هذه العوامل اذا تناولنا معاملات الارتباط لكل مجال على حدة . وعلى أى حال ، فإن الاشتراكيات التي حصلنا عليها في هذه المرحلة تفيد في تقدير التباين الكلى للعوامل الاساسية الذي يمكن استخدامه في الخلايا القطريه .

وبالتالى قامت الوحدة الحسابية بتحليل متغيرات رورشاخ فقط ، ففصلت سبعة مكونات أساسية باستخدام الاشتراكيات التي حسبها المؤلف. ويبين الجدول (٩ — ٤) تشبع كل متغير بهذه المكونات .

ولقد كان من الممكن أن نتبع ويتبورن وغيره من الباحثين في تدوير محاور هذه العوامل لتبسيطها مما قد يبعد الى حد كبير أو كلية أثر العامل الأول . وعلى أية حال ، فدراسة العاملين الاولين تبين أنهما ذى دلالة كما

جدول (٩ — ٤) : تشبع متغيرات الرورشاخ بالعوامل الأساسية

	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	ه٢
ك	٢٨٠	٧٠٥	-١٤٥	-١٧٦	-١٧٨	٠٩٨	٠٦٠	٦٧٣
ج	٧٣٩	-٢٧٨	٣٧٧	-٠٠٩	١٦٨	-١٢٨	-٠٩٥	٨١٨
حـ	٥٣٦	-٦٧٥	-٠١١	١٥٣	-٠١٥	-١٢٨	-١١٩	٧٩٦
ج حـ	٦٣٦	-٤٦٣	-٢١٦	-٠٠٦	-٠٠٧	-٠٧٨	٠٥٧	٦٨٤
ف	٤٦١	-٠٨٣	-٠٥٠	-١٨٢	-١٣٣	٣٥٥	٠٧٩	٤٠٦
ش	٥٣٦	-٥٧٣	٠٩٥	-١٧١	-٢٣٨	-٢٤٨	١٠٩	٨١٤
ح	٤٦٨	٣٥١	-٠٢٦	٥٢١	-٢٣٧	-٠٢٤	-٠١٣	٦٧١
ح ح	٣٧٢	٤٢٤	١٨١	٢٢٢	-١٢٤	٢٠٢	-١٩١	٤٩٢
ح غ	٥٢٩	٣٤٢	-١٢٢	-١٤١	-١٦٧	٠١٣	٠٦٧	٤٦٤
ظ	٣٦١	-٠٦٧	-٤٧١	٠٧٦	١٨٦	٠٤٦	-٢٤٤	٤٥٩
ش ظ	٥٨٨	٠٧٢	-٢٠٥	٠١٨	٣٦٢	٢٥٦	٠٣٠	٥٩١
مع مم	٤٩٥	١٦٥	-٣٦٧	-٠٤٩	١٢٣	-١٥٩	-٠٧٩	٤٥٥
١١	٢٣٠	٢٩٥	٢٦٤	٠٧٧	٣٥٣	٠٧٩	٠١١	٤٠٣
ل	٤٩١	٤١٠	-١٣٣	-٢٨٦	-٠٤٩	-٠٢٤	-١٧٣	٥٤٢
ش	٥٥٧	٢٤٧	٣٠٩	-٠٣٨	٣٦٤	-٠٢٩	٠١٤	٦٠٠

شائع	٣٠٢	١٧٩	٤٧٥	٢٢٣	—٠٠٣	٠٠٦	—٠٠٤	٣٩٩
مبتكر	٦٢٢	٢١٦	—٢٨٢	٣٠٩	—٠٤٨	٠٨٩	١٢٣	٦٢٥
مجموع الاستجابات	٩٣٧	—١٥٢	٠٠٢	—٠٢٠	—٠٢٩	٠٠٩	٠٣٨	٩٠٣
متوسط زمن الرجع للبطاقات غير الملونة	٥٠٧	٠٣٢	٢٧٤	—٢١٨	—٢٥٦	١٦٦	٠٧١	٤٨٠
متوسط زمن الرجع للبطاقات الملونة	٥٨٤	٠٦٤	٢٧٣	—١٨٤	—١٨٦	—٠٤٦	—٠٥٢	٥٤١
بشر	٥٥١	٣٤٩	—٠٨١	٤١٩	—١٥٦	—٢٠٥	٠٨٥	٦٨٢
جزء بشر	٣٣٧	—٤٤٦	٠١٠	٢٧٧	—٠٥٧	١١٦	—١٨٥	٤٥٨
حيوان	٦٢٠	١٠١	٥٠١	—٠٥٩	١١٠	—٠٣١	—١٥٧	٦٨٦
جزء حيوان	٥٤٥	—٥٤٨	٠٦٨	٠٧٧	—٠٩٥	٢٦٥	٠٠٧	٦٨٧
تشريح	٣٥٨	—٣٠٩	—١٥٣	—١٧٩	—٠٤٢	٢٢٤	—٠٦١	٣٢٤
طبيعة	٦٢٠	١٢٧	—٤١٨	—٠٩٢	٠٣٦	—١٤٧	—١٧٨	٦١٨
نبات	٤٠٩	—٠٨٠	—١٢٩	—٣٥٦	٠٨٠	٠١٧	٠٩٢	٣٣١
شيء	١٧٧	٣٥٢	٠٧٨	—٣٤٨	—١٥٤	—١٥٩	—٢٠٠	٣٧١
جغرافيا	٧٨٦	٠٢٤	—١٣١	٠٩٤	٠٠٦	—١٠٢	٢٥٠	٧١٨
نار	٥٧٢	١٢٦	٠٧٩	—١٢١	٢٩٦	—٠٩٤	٢٣١	٥١٤

هما دون تدوير المحاور . وعلى ذلك يمكن أن نستخلص أن العوامل التالية هى أوضح العوامل بين متغيرات رورشاخ .

١ — عامل الطلاقة الادراكية : لقد استخدم المؤلف هذا المصطلح ليميز هنا العامل عن عوامل الطلاقة اللغوية والطلاقة الفكرية . وهذا العامل عامل عام بمعنى أن كل المتغيرات ذات تشبع موجب به . وكما هو الحال فى دراسات ويتبورن، وسن ،وكوكس ، وويليامز ، ولورانس ، وكونسالفى ، ولوتس ، فان متغـــير مجموع الاستجابات أكثر المتغيرات تشبعاً به (٩٣٧,) .

٢ — عامل التجميع مقابل التحليل : يقسم هذا العامل المتغيرات إلى مجموعتين ، تلك المتغيرات التى تتطلب القدرة على التجميع فى الإستجابة لها من ناحية ، وتلك المتغيرات التى تتطلب القدرة على التحليل فى الناحية الأخرى . ويتضح أن ك أكثر المتغيرات تشبعابقطب التجمع (٧٠٥و)، و ج أكثر المتغيرات تشبعا بقطب التحليل (٦٧٥,) .

٣ — العامل الثالث : هذا العامل عامل قطبي ، حيث يضع المتغيرات ج (٣٧٧,) ، ش ل (٣٠٩,) ، شائع (٤٧٥و) ، حيوان (٥٠١و) مقابل المتغيرات ظ (— ٤٧١,) ، مع مع (— ٣٦٧و) ، طبيعة (— ٤١٨,) . وهذا يتفق مع الفرض الذى يقول به خبراء رورشاخ فيما يتعلق بهذه الإستجابات ، كما ينفق أيضاً مع نتائج دراسات سن ، وكوكس ، وويليامز ولورانس ، وكون . ويميل المؤلف إلى تعريفه بعامل الاجتماعية مقابل الخوف من مواجهة الآخرين .

٤ — العامل الرابع : عامل قطبي . فيضع المتغيرات ح (٥٢١و) . مبتكر (٥٩٠و) وبشر (٤١٩و) مقابل المتغيرات جغرافيا (— ٣٦٥,)، نار (— ٣٤٨و) ، ل (— ٢٨٦,) . ولقد فسر المؤلف هذا العامل

بالانطواء مقابل الانبساط . ولقد ظهر أيضا عامل مشابه له فى دراسات سن ، وأ كوك ، وكون ، وميكاويد ، وبلوت ، وأيزنك .

٥ — العامل الخامس : تتشبع به تشبعا ملحوظا المتغيرات ش ظ (٣٦٢و) ، ! ! (٣٥٣,) ،ش ل (٢٦٤,) . وعلى ذلك يمكن تفسيره بعامل الضبط الانفعالى . ويشبه هذا العامل عامل ظهر فى دراسات ويتبورن ، وساندر ، وإ كنر ، ووليامز ، ولورانس ، وكون حيث تكون الاستجابات ذات الأشكال المحددة أكثر المتغيرات تشبعا بهذا العامل .

٦ — العامل السادس والسابع : يبدو أن هذين العاملين غير ذى دلالة ، لأن المتغيرات ذات التشبعات الرئيسية بهما لا ترتبط فيما بينها إلا إرتباطا ضعيفا أو قد لا يوجد أى إرتباط .

يلاحظ أن العوامل التى ناقشناها فيما سبق عوامل خاصة بمتغيرات رورشاخ . ولكى نرى دلالتها النفسيه يجب الكشف عن العوامل التى توجد بين المتغيرات المرجعية .

ولما كان قد تبين لنا أنه لايحتمل أن تكون المكونات الأساسية للمتغيرات المرجعية ذات دلالة بدون تدوير المحاور ، فإنه قد تقرر إستخدام الطريقة المركزية لتحليل المتغيرات .

ولقد أدت الطريقة المركزية إلى ستة عوامل ذات دلالة، أدى تدويرها إلى التشبعات المبينة بالجدول (٩ — ٥) . وهذه العوامل هى :

١ — العامل الأول : يضع هذا العامل تقديرات الكآبة (٦٥١و) ، العصبية (٦٣٠,) عدم النضج (٦٧٧و) ، العصابية (٤٢١و) مقابل الإتجاه التجديدى (— ٤٢١و) ، إتجاه المرونة (— ٦٤٨و) ، القيمة العلمية (— ٤١٠و) ، القيمة الدينية (—٦٥٧,) ، القيمة الإقتصادية (—٣٧٥) . ويظهر أن هذا العامل يتفق مع العامل المعروف بالعصابية ، حيث تمثل المتغيرات ذات التشبعات السالبة متغيرات تتعلق بالإتزان والقيم الجدية .

جدول (٩ — ٥) : تشبع المتغيرات المرجعية بالعوامل المركزية بعد تدويرها

	٢	٢	٣	٤	٥	٦	هـ٢
الابتكار	٠٦٦	—٢٢٨	—٤٩٤	—٤٧٦	٢٨٦	—٠٩٨	٦١٩
المثابرة	—٢٤١	—٠٣١	—٦٧١	—١٣٨	١٣٣	٠٨٩	٥٥٣
الكآبة	٦٥١	٠٢١	—٢٢٠	—٢١١	٠٢٢	—١٤٨	٥٣٩
السيطرة	١٧٨	—٢٥٣	—٦٨٩	—٠٢٧	٠٠٢	—٠٤٤	٥٧٤
الاندفاعية	٠٩٦	١٥٨	١١٥	—٦٠٤	—٠١٧	٥٨٥	٧٥٤
الدقة	٠٠٦	—١١٥	—٠٥٨	—٥٢٧	—٠٩١	٠٦٩	٣٠٧
العصبية	٦٣٠	—٢٧٠	١١٠	—٤٧٩	—٠٦٤	١٧٣	٧٤٥
عدم النضج	٦٧٧	—١٦٤	٠٠٠	—٤٢٣	—٠٥٤	٠٧٨	٦٧٣
النشاط العام	٢٤٥	—٤٢٣	٠٥٥	—١١٣	—٥٥٢	٣٤٢	٦٧٧
العصابية	٤٢١	—٠٤٩	٠٥٠	٠٦٧	—٠١٢	١٣٠	٢٠٣
الانبساط	٠٠٨	—٠٠٧	٠٦٠	—٠٤٩	—٥١٤	—٠٥٢	٢٧٣
التجديد	—٤٢١	—٠٦٢	—٠٦٨	١٢٦	—٣٣٦	—٣٣٦	٤٣٨
المرونة	—٦٤٨	—٢٣٧	—١٢٣	—١٩٠	٠١٧	—٠٣٤	٥٢٨
القيمة العلمية	—٤١٠	—٠٩٧	٢٦٧	٢٦٢	٢٢٩	—٠٢٤	٣٧٠
القيمة الجمالية	—٠٠٧	—١٧٦	٤٦٦	—١١٣	٠٥٩	٠٧٤	٢٦٩
القيمة الاجتماعية	—٠٠١	—٠٦٨	٠٠٣	—٠٢٣	٣٥٠	—١٠٦	١٤٠
القيمة السياسية	—١٦٢	—٠١٤	—٠٤٤	٣٩٤	—٠١٠	—٢٦٢	٢٥٢
القيمة الدينية	—٦٥٧	—٦٥٥	—٠٣٢	١٤٠	—٠٥٦	١٩٠	٩٢١
القيمة الاقتصادية	—٣٧٥	٢٠٤	١٦٩	٣٦٦	٠٠٦	—٢٦٧	٤١٧
التجريد	٠٧٢	—٠٥١	—١٦٦	—٠٢٢	٠٠٧	٣٠٦	١٣٠
الموضوعات	—١٣٠	—١٥١	٠٩٦	—١٢٠	—١٨٢	٦٦٨	٥٤٢
المستحيلات	٠٧٦	—١٣٩	٢٤٤	—١٨٥	—١١٥	٥٢١	٤١٤
الميول	٠٢٤	—٤٣٤	—٠٧٥	—٢٦٣	١٣٠	١٦٦	٣٠٨

ويشبه هذا العامل السمة التى يطلق عليها كاتل مفهوم الإتزان الانفعالى مقابل الانفعالية العصابية العامة .

٢ — العامل الثانى : تتشبع بهـــذا العامل متغيرات النشاط العام (—٤٢٣و) ، القيمة الدينية (— ٦٥٥,) ومقياس الميول (— ٤٣٤,) . كما تتشبع به فى نفس الاتجاه — ولكنها تشبعات صغيرة — متغيرات ، الابتكار (—٢٢٨و) ، والسيطرة (—٢٥٣و) ، والمرونة (—٢٣٧و) . ولا يظهر هذا العامل أى تشبعات موجبة قوية .ويميل المؤلف إلى تفسير هذا العامل بالعقلية الاجتماعية المتحضرة أسوه بالسمة التى يسميها كاتل بالعقلية الاجتماعية المتحضرة مقابل البدائية .

٣ — العامل الثالث : يتشبع به تشبعا عاليا متغيرات ، الابتكار (— ٤٩٤و) ، والمثابرة (- ٦٧١و) ، والسيطرة (-٦٨٩,) . كما يتشبع به تشبعا موجبا عاليا متغير القيمة الجمالية (٤٦٦و) . وربما يمكن تفسير هذا النمط من السلوك بالسيطرة مقابل الخضوع . ويشبه هذا العامل السمة التى يسميها كاتل بالسيطرة مقابل الخضوع .

٤ — العامل الرابع : يضع متغيرات الابتكار (-٤٧٦و) ، والاندفاعية (— ٦٠٤و) ، والدقة (— ٥٢٧,) ، والعصبية (— ٤٧٩,) وعدم النضج (— ٤٢٣,) مقابل القيمة السياسية (٣٩٤,) والقيمة الاقتصادية (٣٦٦,) . كما يتشبع به تشبعا سالبا ملحوظا متغير مقياس الميول (— ٢٦٣,)، وتشبعا موجبا متغير القيمة العلمية (٢٦٢,) . ويمكن أن نقارن هذا العامل بالسمه التى يسميها كاتل ؛ الانفعالية الطفلية الخيالية الحساسة مقابل النضج والواقعية .

٥ — العامل الخامس : يتشبع بهذا العامل تشبعا سالباعاليا متغيرات النشاط العام (٥٥٢,) ، والانبساط (— ٥١٤,) ، والاتجاه التجديدى (—٣٣٦و) ، وتشبعا موجبا متغيرات القيمة الاجتماعية (٣٣٠و) ،

والقيمة العلمية (٢٢٩و) . ويميل المؤلف إلى أتباع أيزنك فى تفسير هذا العامل بالانبساط مقابل الانطواء . ويبدو أنه يشبه السمة التى يسميها كاتل بالدورية المخاطرة مقابل الفصامية المنسحبة .

٦ — العامل السادس : يتشبع بهذا العامل تشبعا عاليا متغيرات ، الموضوعات (٦٦٨و) ، والمستحيلات (٥٣١و) ، والاندفاعية (٥٨٥و)، والنشاط العام (٣٤٢و) . ويمكن تفسير هذا النمط من السلوك بالمرح مقارنة بالسمة التى يعرفها كاتل بالمرح مقابل الحزن .

وعلى أى حال ، فالعوامل الستة التى ذكرناها تشتمل على عدد من متغيرات الشخصية الهامة . وعلى ذلك فإذا كان لنا أن نقبل إختبار رورشاخ كاختبار تشخيص صادق ، فإن كثيرا من متغيراته يجب أن ترتبط إرتباطا ذا دلالة بعامل أو أكثر .

ولكى نكشف عن هذه العلاقات ، قام المؤلف بحساب تشبعات متغيرات رورشاخ بالعوامل المركزية المرجعية قبل تدوير محاورها ، ثم تدوير المحاور الناتجة بنفس الزوايا التى تم بها تدوير محاور العوامل المرجعية . فحصلنا على ستة عوامل كما هو مبين بالجدول (٩ — ٦) .

١ — العامل الأول : يتشبع به تشبعا سالبا ملحوظا متغيرات ، ك (— ٤٧٠و) ، ح غ (— ٣٦٧و) ، ظ (— ٢٠٤و) ، ل (— ٢٠٢و) . ويتشبع به تشبعا موجبا متغير جزء بشرى (٢٠٧و) . ولقد سبق أن فسرنا التشبعات الموجبة العالية بالعصابية . ويؤدى بنا هذا إلى إعتبار ك ، ح غ ، ظ ، ل أدلة على التكوين الانفعالى الصحى ، وجزء بشرى دليل على العصابية . ويتفق هذا مع رأى خبراء رورشاخ حيث يعتبرون ك ، ح غ أدلة على قوة الأنا ، والجزء البشرى كدليل على الاتجاه النقدى الزائد الذى يمكن أن يكون منفذا للعدوانية . ومع أن خبراء رورشاخ يرون أن ظ دليل على حاجة الفرد غير المعدلة للعطف ، ل دليل على

الضبط الضعيف للإستجابات إزاء المثيرات البيئية ، فإنه يمكن أن نقبل ظ ، ل كأدلة على الاتزان الانفعالى خصوصا وأنها فى تجميع مع متغيرات الضبط الجيدة ، ونعنى متغيرات ك ، ح غ .

٢ — العامل الثانى : يتشبع به تشبعا سالبا ملحوظا متغير النبات (— ٢٤٢و) فى إتجاه عامل العقلية الاجتماعية المتحضرة التى تحدد بتشبعات عالية سالبة لمتغيرات ، النشاط العام ، القيمة الدينية ، مقياس الميول وبتشبعات أقل فى نفس الاتجاه لمتغيرات ، الابتكار والسيطرة والمرونة . ويدل هذا على أن بوم كان مخطئا عند ما ذهب إلى الأخذ بأن رورشاخ إعتاد أن يقول بأن الأطفال بين سن السادسة والثامنة يعطون كثيرا من الاستجابات كاستجابة النبات ، كدليل على قلة الواقعية والتطبيع الاجتماعى . ولكن يجب ألا ننسى أنه برغم من تفسيرنا هذا فالعلاقة صغيرة التى أقمنا عليها هذا التفسير .

٣ — العامل الثالث : يتشبع به تشبعا موجبا المتغير بشر (٢٢١,) . وتبعا لبوم فإن رورشاخ إعتاد أن يقول بأن المتغير بشر يدل على الإحتكاك الإجتماعى . ولكن إذا وجدت هذه الإستجابة بكثرة فإنها تدل إما على الإضطراب العصابى أو النرجسية . ويبدو لنا هنا أن المتغير بشر قد يدل على الخضوع حيث أنه يوجد فى وضع يضاد به معامل السيطرة كما يحدد بالتشبعات العالية السالبة لمتغيرات الإبتكار والمثابرة والسيطرة .

٤ — العامل الرابع : يتشبع به تشبعا سالبا متوسط زمن الرجع إستجابة للبطاقات غير الملونة (— ٢٠٣.) ، جزء بشرى (٢٢٣,) . كما يتشبع به تشبعا موجبا ملحوظا متغير الجغرافيا (٣٠٩,) . ويضع هذا العامل متوسط زمن الرجع إستجابة للبطاقات غير الملونة ، أى رد الفعل السريع للبطاقات غير الملونة والذى يدل على الحساسية ، والجزء البشرى الدال على الإتجاه النقدى الشديد ، مقابل متغير الجغرافيا الدال كما يشير بوم على الطموح والشجاعة .

جدول (٩ - ٦) : تشبع متغيرات الرورشاخ بالعوامل المركزية بعد تدويرها

	١	٢	٣	٤	٥	٦	ه٢
ك	—٤٧٠	—٠٣٩	١٢٩	—٠٢٣	—٢٤٩	٢٠٦	٣٤٥
ج	٠٩٠	١٤٢	—١٢٦	—١٢١	—١٠٤	١٤٥	٠٩١
ـج	١٥٣	—٠٢٧	—١٦٢	—٠٣٢	—٠٤٠	١٦٩	٠٨٢
ج ـج	—٠٧٨	—١٠٢	٠٣٦	—١٤٤	٠٦٨	٢٩٤	١٢٩
ف	١٦٢	—١٩٥	—٠٥٧	—١٧٩	—١٣٣	٠٩٦	١٢٦
ش	—٠١٨	٠٠٣	—٠٥٧	—١٢٢	٠١٦	١٤٨	٠٤٠
ح	٠٢٣	١٤١	١١٧	٠٦٠	—٢١١	٣٠٣	١٧٦
ح ح	—١٠٢	—٠١٧	٠٢٢	٠١١	—١٩٦	٠٧٩	٠٥٤
خ غ	—٣٦٧	—٠٢١	٠٣٤	—١٢٣	—٠٩٠	٠٣٧	١٦٠
ظ	—٢٠٤	٠٥٣	٠٣٣	٠٣٥	—٢١٧	٢٥١	١٥٧
ش ظ	—١٥٥	—١١٠	—٠٩٤	—١٨٨	—١٥٩	١٠٧	١١٦
مع مع	—١٤٣	—٠٢٧	٠٧٤	—١٨٤	—٠٠٣	١٧٢	٠٩٠
ا ا	٠٨٧	—٠٢٢	١١٥	٠٤٨	—١٦٨	١٠٤	٠٦٣
ل	—٢٠٢	—٠٦٦	٠٣٨	١١٠	—٢١٧	٢٤٩	١٦٧
ش ل	—٠٨٥	١١٧	—٠١١	—١٢٤	—٣١٦	٢٠٣	١٧٧

شائع	—٠٠٧	—٠١٧	١٨٠	—٠١١	—٠٧٦	٢٢١	٠٨٧
مبتكر	—١٧٨	—٠٣٩	٠٩٨	—١١٧	—١٩٤	٤٠١	٢٥٨
مجموع الإستحابات	—١٦٨	٠٠٧	٠١٢	—٠٠٣	—٠٧٠	٣٥٩	١٦٢
متوسط زمن الرجع للبطاقات غير الملونة	—١٨٧	—١٧٥	٠٨٤	—٢٠٣	—٢٥٣	—٠٢٢	١٧٨
متوسط زمن الرجع للبطاقات الملونة	—٠٦٨	—٠٦٩	١١١	—١٠٨	—٠٨٠	٠٩٢	٠٤٨
بشر	—١٣٢	—٠١٢	٢٢١	٠١٠	—١٨٧	٢٤٢	١٦٠
جزء بشر	٢٠٧	٠٤٥	١٠٧	—٢٢٣	—٠٨٦	١٦٠	١٣٩
حيوان	—٠٧٧	٠٤٤	٠٣٠	—١٧٧	—١٢٠	٠٩٥	٠٦٣
جزء حيوان	١٤٦	—٠٠٩	—١٧٤	٠٢١	٠٢٩	٢٠٠	٠٩٢
تشريح	٠٥٣	—٠٧٨	—٠٤٣	٠٩٤	٠٠٨	١٥٧	٠٤٥
طبيعة	—١٧٨	—١٥١	١٣١	—٠٤٨	—٠٢٠	٢٥٧	١٤٠
نبات	١٣٢	—١٦٨	—١١٦	٣٠٩	—٠٤٥	١٠٧	١٦٦
شيء	—١٤٣	—١٤٠	١٣٥	٠٨٩	١٠٤	١٣٦	٠٩٥
جغرافيا	—١٤٩	—٠٣٠	—٠١٤	٠٢١	—٠٤٨	٣٨٣	١٧٢
نار	—١٥٠	—٢٤٢	١٨٤	—٠٤٩	١٢٥	١٦٩	١٦٣

فإذا كنا على جانب الصواب فى تفسير العامل الرابع بالإنفعالية الحساسة مقابل النضج والواقعية ، فإن هذا يتفق مع الصورة التى يدل عليها متوسط زمن الرجع إستجابة للبطاقات غير الملونة ، والجزء البشرى والمتغير جغرافيا من متغيرات رورشاخ .

٥ — العامل الخامس : يتشبع به تشبعات سالبة متغيرات ، ك (— ٢٤٩,) ، ح (- ٢١١,) ، ل (— ٢١٧,) ، ش ل (— ٣١٦,) ، ومتوسط ، زمن الرجع إستجابة للبطاقات غير الملونة (— ٢٥٣,) . ويمكن تفسير هذا التجمع من المتغيرات بالإنبساط وفقا لتفسيرنا للعامل الخامس المرجعى . ويبدو أن هذا التفسير معقولا إذا أخذنا فى الإعتبار الفروض التى تستند عليها هذه المتغيرات التى وضعها خبراء رورشاخ . فالمتغير ك يدل على القدرة على التنظيم ، ويدل المتغير ل على قلة الضبط فى ردود الأفعال إستجابة للمثيرات البيئة ، ويدل ش ل على ضبط الإستثارة الإنفعالية دون فقد الإستجابة للمثيرات . وتتضمن هذه الإستجابة المضبوطة أن الفرد يمكنه الاستجابة باحساسه وحركاته بما يتفق مع المطالب الإنفعالية للموقف. ويدل متوسط زمن الرجع إستجابة للبطاقات غير الملونة على سرعة رد الفعل والحساسية . ولكن مايثير الجدل هنا وجود المتغير ح والذى يدل كما هو معروف — على الإنطواء ، وكما أيده تحليل متغيرات رورشاخ على حدة . ولكن على أى حال ، فإن خبراء رورشاخ يعتبرون أن ح تدل على الرضى الذاتى ، بمعنى تحمل الأنا للدوافع الفطرية . وقد لايكون التناقض خطيرا ، إذ أن تشبع ح بالعامل صغيرا .

٦ — العامل السادس : يتشبع به تشبعا موجبا متغيرات ك (٢٠٦,) ، ج حـ (٢٩٤,) ، ح (٣٠٣,) ، ل (٢٤٩,) ، ش ل (٢٠٣,) ، شائع (٢٢١,) ، مبتكر (٤٠١,) ، مجموع الإستجابات (٣٥٩,) ، بشر (٢٤٢,) جزء حيوانى (٢٠٠,) ، طبيعة (٢٥٧,) ، شىء (٣٨٣,) . ويبدو أن هذا

العامل يتفق مع عامل رورشاخ العام للطلاقة الإدراكية . ومن المعقول أن نتوقع أن يرتبط هذا العامل بالعامل المرجعى السادس الذى فسرناه بالمرح .

وعلى ذلك يمكن أن نستنتج أنه بالرغم من أن متغيرات روشاخ ترتبط إلى حدما بالتجمعات التى كشفت عنها المتغيرات المرجعية ، فإنها لم تظهر صدقا عاليا بما يتعلق وهذه الأنماط السلوكية . ويمكن أن نقرر بذلك أن إختبار بقع الحبر ليس وسيلة شاملة كما يزعم المشتغلين به لتقدير جوانب الشخصية ، ولكنه يمكن أن يكشف عن بعض المتغيرات التى تقيس بعض جوانب السلوك .

ويتضح من البحث الذى تناولناه أن هناك بعض الاعتبارات التى يجب الإهتمام بها إذا أراد الباحث تصميم دراسة تحليلية عاملية ناجحة نتناولها فيما يلى :

١ — على الباحث أن يختار مجال من المجالات الملاءمة للبحث . فليس من المنطق أن يحاول تحليل أى مصفوفة إرتباطات يحصل عليها . فغالبا مايؤدى هذا الإتجاه إلى فشل فى الحصول على النتائج المرغوب فيها . وليس من المنطق أيضاً أن يجمع الباحث مجموعة عشوائية من الإختبارات فى تحليل واحد . فكثير من الاختبارات التى نتداولها لا تصلح للتحليل العاملى وخاصة بعض مقاييس السمات الانفعالية والميول . فيجب أن يتبع إختيار الاختبارات إطار نظرى فى مجال الدراسة ، وهذا الاطار النظرى يجب أن يحدد أنواع الاختبارات المطلوبة . وقد يكون مجال البحث متسعا إتساعا كبيراً يشمل كل ما يعنيه الانسان من عوامل ، وقد يكون محدودا بحيث يقتصر على دراسة قدرات عقلية معينة كالحصر الادراكى Perceptual Closure . وكلما إتسع مجال البحث كلما زاد عـــدد العوامل التى نتوقع إستخلاصها إذا كانت الاختبارات التى تستخدم شاملة . ويحسن أن يختار مجال البحث بحيث لا يتوقع الباحث أكثر من خمسة عشر عاملا وبحيث

لا تتضمن بطارية الاختبارات المستخدمة أكثر من ٥٠ إختباراً . ومن الأهمية بمكان أن يكون هناك من الاختبارات ما يعادل على الأقل ثلاث أضعاف عدد العوامل . فهذا يساعد على تحديد تدوير المحاور تحديدا جيداً كما يجب ألا يكون مجال البحث محدوداً جداً . فدراسة قدرات القياس والاستدلال قد تتضمن إختبارات تتشابه فيما بينها مما يؤدى إلى ظهور التباينات الخاصة والمشتركة على السواء .

٢ — يضع الباحث فروض تتعلق بالعوامل التى يرغب تحديدها فى مجال البحث . فهذه خطوة هامة فى الدراسة العاملية . وعلى الباحث أن يحاول مقدما تقرير عدد العوامل فى مجال الدراسة وما يتميز به كل عامل .

٣ — يجب إختيار أو بناء الاختبارات المناسبة . ويسبق هذا الاختبار تحديد الاختبارات المطلوبة . وبعد الحصول عليها ، نتأكد من أن هناك بعض الاختبارات التى تتضمن عوامل معروفة ، كالعامل اللغوى أو العددى أو الإدراكى . واذا وجدنا عامل من هذا العوامل فى اختبارين أو أكثر ، فإنه يجب أن نضيف الى بطارية الاختبارات اختبارا فقط يعرف عنه أنه يظهر هذا العامل بدرجة جيدة . وهذا الفصل فى تباينات العوامل المعروفة يترك المجال لظهور عوامل جديدة . ويجب أن تكون الاختبارات الموضوعة سواء المعروف منها أو غير المعروف ، مبسطة كلما أمكن ذلك ، بمعنى أن الإختبار لايقيس الا عاملا واحدا .

ويجب أن تكون الاختبارات ذات ثبات عالى . كما يجب ملاحظة أن زمن تطبيق الاختبار له أهميته . ولما كانت بطارية الاختبارات الكبيرة تستهلك من الفرد المفحوص وقتا كبيرا فإننا نفضل الإختبارات القصيرة

كلما أمكن ذلك، بحيث لايؤثر هذا على ثبات الاختبارات . ويجب ألا يقل الثبات عن ٠,٦ .

٤ — اختيار العينة المناسبة : يجب تحديد العينة قبل جمع الإختبارات حتى تكون الاختبارات مناسبة للعينة المستخدمة فى البحث . ويجب ملاحظة مستوى صعوبة الإختبارات وكذلك مشاكل تجانس العينة .

٥ — يجب أن تكون العينة ذات حجم مناسب . ورغم أنه لايوجد هناك وسائل معروفة فى تقدير تذبذب العينة وتشبعات العوامل التى تم تدويرها ، فمن الواضح أنه يجب الإهتمام بثبات معاملات الإرتباط التى نبدأ بها التحليل . فأخطاء معاملات الارتباط تظهر كأخطاء فى تشبعات العوامل .

وتبين الخبرة أنه عند إستخدام معامل إرتباط بيرسون يكون من الأفضل ألا يقل عدد أفراد العينة عن ٢٠٠ فردا . ومع هذا فهناك نتائج مؤكدة فى دراسات هامة حصلنا عليها بإستخدام عينة يقل عدد أفرادها عن ٢٠٠ فرد . وتتسق تشبعات العوامل بإستخدام عينة تتكون من ٢٠٠ فردا تقريبا بدرجة لابأس بها مع تشبعات نفس العوامل ونفس الاختبارات بإستخدام عينة من ١,٠٠٠ فردا . وعند إستخدام معامل الارتباط الرباعى ، فإن العينة يحسن ألا تقل عن ٣٠٠ فردا . وللباحث حرية تحديد الحد الأقصى من العينة .

٦ — على الباحث أن يستخلص العوامل بإستخدام إشتراكيات فى الخلايا القطرية الرئيسية وعليه أن يقوم بتدوير المحاور المرجعية .

٧ — يقوم الباحث بتفسير العوامل التى قد تم تدويرها . فتفسير العامل فى الحقيقة مراجعة لفرض سابق أو صياغة لفرض جديد . ويجب أن يؤدى التحليل إلى صياغة فروض أكثر ملاءمة منها قبل عملية التحليل فيما يتعلق بطبيعة العوامل .

بعض مشاكل التحليل العاملى

تتوقف العوامل التى نستخلصها فى تحليل ما، وكذلك تشبع الاختبارات بها على الظروف التى تحيط بمصدر البيانات التى يقوم عليها التحليل . وسنتناول هذه الظروف بإختصار فيما يلى :

خصائص الاختبارات : إذا كنا بصدد إختبارات قدرات ، فيجب أن يكون هناك إهتمام بمستوى الصعوبة ، حيث يتوقف مستوى الصعوبة على عينة البحث . ويجب أن يكون الاختبار بمستوى صعوبة معتدلة حتى يكون توزيع الدرجات فى غير إلتواء . فإذا كان الاختبار صعبا جداً أو سهلا جداً بحيث يتميز توزيع الدرجات بالالتواء ، فإنه يوجد هناك حلان لمواجهة هذا الالتواء فى التوزيع . أولا — إذا كانت العينة كبيرة نوعا، أى ٣٠٠ فردا فأكثر ، فإنه يمكن تقسيم التوزيع تقسيما ثنائيا على أن يكون التقسيم قريب من الوسيط كلما أمكن ذلك . وإذا ما قسم التوزيع تقسيما ثنائيا فإن معامل الإرتباط المناسب الذى يمكن أن يستخدم هو معامل الإرتباط الرباعى، وكذلك معامل إرتباط العزوم لبيرسون . وإذا ما قسم توزيع بعض المتغيرات تقسيما ثنائيا ، والبعض الآخر لم يقسم فإن معامل الارتباط الثنائى وأيضاً معامل إرتباط بيرسون يكونا من المعاملات المناسبة . ثانيا — أما إذا كان إلتواء التوزيع على مقياس متدرج دقيق ، وخاصة إذا كان عدد أفراد العينة صغيرا فإن الدرجات يجب أن تحول إلى التوزيع الاعتدالى على مقياس ت T — Score أو مقياس س C — Score .

ويجب أن تكون الاختبارات فى مستوى واحد من الصعوبة ، فالإختلاف الكبير فى مستوى صعوبة الإختبارات يقلل من الإرتباط فيما بينها . وإذا أمكننا جعل الاختبارات فى مستوى متوسط من الصعوبة ، فإن هذا يعنى أننا ساوينا بينها فى درجة الصعوبة . وعلى أى حال ، فيمكن المساواة بين الاختبارات فى أى مستوى بخلاف المستوى المتوسط ، سواء

المستوى المنخفض أو المرتفع . فإذا كان هناك عدد من مستويات الصعوبة بين الإختبارات المختلفة ، فإن تقسيم التوزيعات إلى تقسيمات ثنائية قرب وسيط كل منهما تفيد إلى درجة ما . ولكن يحتمل ألا يؤدى هذا إلى تصحيح أثر الإختلافات كلية .

وجدير بالذكر أن درجات المتغيرات التى يستخدم معها معامل إرتباط بيرسون لحساب ما بينها من إرتباطات ، يجب أن يتحقق فيها ما يتطلبه إستخدام هذا المعامل . فالإلتواء الواضح فى توزيع الدرجات يدل على أن هذه المتطلبات قد لا تتحقق . ويتطلب أى شذوذ فى التوزيع حرصا ومقاييس تصحيح .

ويجب الاهتمام بمعادلات تصحيح الاختبارات ، حيث يؤدى عدم الأخذ بها ، وإتباعها كما هى إلى تغير فى التركيب العاملى لمادة الاختبار . والأنماط الشائعة من معادلات التصحيح تنحصر فى حساب عدد الاستجابات الصحيحة ، أو حساب عـــدد الاستجابات الخاطئة ، أو حساب عدد الاستجابات الصحيحة مطروحا منها الاستجاباب الخاطئة . ومن المرغوب فيه أحيانا أن يقوم الباحث بتحليل كل من درجات الاستجابات الصحيحة والخاطئة كل على حدة .

ويجب أن تكون متغيرات المصفوفة الواحدة مستقلة ، فلا يوجد بينها علاقات ، إلا ما يرجع منها إلى العوامل المشتركة . ويظهر التداخل بين الاختبارات بعدة طرق . وأكثر هذه الطرق شيوعا هى الحصول على درجتين أو أكثر من نفس الاستجابات . فيحتمل أن يؤدى الإختبار الذى يصحح بطريقتين إلى المتغيرات المرتبطة إرتباطا مزيفا . فأحيانا تتداخل مثل هذه الدرجات ، كدرجة الطول الواقف والطول الجالس . وعند تقدير درجات قوائم الميول والشخصية ، فإن كثيرا من الوحدات توزن وزنا متشابها فى عدد مختلف من الدرجات . وتكون الإرتباطات

بين تلك الدرجات مزيفة بسبب وجود نفس عناصر التباين الخاص والخطأ بالإضافة إلى التباين المشترك . وتكون الإرتباطات بين المقاييس المتدرجة مزيفة بالدرجة التى يتأثر بها الباحث بتأثير الهالة وغيرها من مصادر الخطأ .

ويجب الإهتمام بتحديد زمن الاختبار . فتطبيق الاختبار الواحد على أنه إختبار للسرعة وتطبيقة على أنه إختبار قوة يغير من التشبعات العاملية .
وعلى ذلك فعند وضع الاختبار لاستخدامه فى التحليل العاملى ، يجب الاهتمام بمقدار الزمن الذى يسمح به للإجابة عليه . وتفيد الدراسة الاستطلاعية فى تحديد زمن الاختبار .

طبيعة العينة : إن الاهتمام بإختيار عينة البحث فى التحليل العاملى تعادل الاهتمام بها فى أى بحث تجريبى . فهناك ضوابط معينة يجب الأخذ بها حتى يسهل إظهار التركيب العاملى بالوضوح المرغوب فيه . ويحاول الباحث عامة الحصول على عينة متجانسة بالنسبة للمتغيرات التى لا يريد أن يدخلها كعوامل مشتركة ، وعليه الحصول على عينة يظهر فيها الفروق الفردية فى المتغيرات التى يريد أن يظهر فيها التباينات الأساسية التى يهدف لدراستها . ويحسن ضبط المتغيرات العامة كالسن والجنس ومستوى التعليم . وذلك لأنه إذا كان هناك عاملان يرتبطان إرتباطا واضحا بهذه المتغيرات ، فإن العاملين يظهران إرتباطا فيما بينهما فى حين أنهما لا يرتبطان فى الحقيقة . فإرتباط العوامل فى الواقع فى أى بحث ما ، قد يرجع غالبا إلى هذه المؤثرات الخارجية أكثر مما يرجع إلى الخصائص الداخلية فى كل من العاملين . ويجب على الباحث أن يحترس من أن يجمع بين بيانات من عينتين أو أكثر ليحصل على عينة ذات عدد كبير لكى يقوم بدراسة تحليلية . فيجب قياس دلالة الفروق بين متوسطات المتغيرات التجريبية التى يخضعها للتحليل قبل الجمع بين البيانات . فإذا كان هناك فروق واضحة بين المتوسطات فإنه يجب إتخاذ بعض التعديل قبل الجمع بين البيانات لحساب معاملات الارتباط .

وأحد الطرق المستخدمة هى تقسيم توزيع كل عينة تقسيما ثنائيا عند وسيطها قبل حساب جدول الارتباطات الرباعية لها معا . وهناك طريقة أخرى تقوم على حساب مصفوفة الإرتباطات لكل عينة على حدة ثم إيجادمتوسط الارتباطات المتقابلة للحصول على مصفوفة واحدة .

ودافعية الأفراد أثناء تطبيق الاختبارات من الاهمية بمكان . فيجب أن تتيح ظروف التطبيق قدرا كبيرا من الدافعيه طوال مدة تطبيق الاختبار ، بحيث يظهر المفحوص تعاونه وأمانته فى الاجابه على الاختبار .

وجدير بالذكر أن نتناول فى النهاية ما يجب أن يتضمنه إعداد تقرير عن الدراسة العاملية ، كما هو متبع فى التقرير العلمى لاى دراسة ، ويحسن أن نعطى صورة كاملة عن الدراسة العاملية حتى يمكن التأكد من صحة النتائج ومراجعة العمليات الحسابية . وفيما يلى بعض الخطوط التى يجب أن يتضمنها التقرير الكامل عن الدراسة العاملية :

المقاييس:

يجب وصف الإختبارات أو غيرها من متغيرات البطارية وصفاً كاملا كلما أمكن ذلك ، ويجب بيان معادلات التقدير والثبات وزمن التطبيق وظروفه الخاصة . كما يجب توضيح توزيع الدرجات الخام ومتوسطاتها وإنحرافاتها المعيارية ومقاييس الإلتواء والتفرطح .

العينة :

يجب وصف المجتمع الكلى الذى أخذت منه العينة وصفاً كاملا كلما أمكن ذلك من حيث متغيرات السن والجنس والتعلم والبيئة الجعرافية والمستوى الإقتصادى والإجتماعى إلخ . ويجب أن تذكر طريقة أخذ العينة وحجمها .

تحليل البيانات :

يجب تحديد طريقة حساب معاملات الإرتباط ، وتدوين مصفوفة الإرتباطات ومصفوفة العوامل ، وتدوين البيانات الخاصة بالمحكات المستخدمة فى قياس دلالة العوامل التى إستخلصناها ، ومصفوفة البواقى أيضاً . ويجب أن نذكر مصفوفة التحويل ومصفوفة تشبعات العوامل بعد تدويرها ، ويدون أيضاً تفسير العوامل التى استخلصها الباحث .

المراجع

عبد العزيز القوصى : ١٩٥٦
حسن حسين
خليفة بركات
الإحصاء فى التربية وعلم النفس ـ النهضة المصرية ـ القاهرة.

السيد محمد خيرى : ١٩٥٧
الإحصاء فى البحوث النفسية والتربوية والاجتماعية ـ
دار الفكر العربى ـ القاهرة.

فؤاد البهى السيد : ١٩٥٨
علم النفس الإحصائى ـ دار الفكر العربى ـ القاهرة

Adcock C.J. 1951 A Factorial Approach to Rorschach Interpretation. J. gen. Psychol., 44,261-272.

Alexander, W.P. 1935 Intelligence, Concrete and Abstract. B.J P. Monograph Supplement. 19.

Alvin, M., Guilford J. P., Merrifield, P. R. 1959 A Study of Military Leadership in Relation to Selected Intellectual Factors. Rep. Psychol. Lab, No.21. Los Angeles. Univer. of Southern California.

Barron, F. 1955 The Disposition Toward Origina-Lity. J. abnorm. Soc. psychol., 51, 478-485.

Bartlett, M.S. 1950 Tests of Significance in Factor Analysis. B.J.S.P., 3,77-85.

Bechtoldt, H.P. 1947 Factorical Study of Perceptual Speed : Ph.D. Thesis, Univer. of Chicago ; 'ref. Botzam 1951'

Bordin, E.S. 1943 Factor Analysis in Experimental Designs in Clinical and Social Psychology. Psychol. Rev., 50, 415-429.

Botzum, W.A. 1951 A Factorial Study of the Reasoning and Closure Factors. Pmka., 16, No. 4. 361–386.

Burt, C. 1940 The Factors of the Mind. Univer. of London Press.

Burt, C. 1950 Group Factor Analysis. B. J. S. P., 3,40 – 75.

Burt, C. 1954 The Sign Pattern of Factor-Matrices, B.J.S.P., 7,15—29.

Burt, C.
Banks, C. 1947 A Factorial Analysis of Body Measurements for British Adult Males
Ann : Eugen., B, 238—256.

Cattell, R.B. 1957 Personality and Motivation Structure and Mersurement. London : Harrp.

Coan, R. 1956 A Factor Analyses of Rorchach Determinants. J. Proj. Tech. 20, 280.

Cox, S.M. 1951 A Factorial Study of Rorschach Responses of Normal and Maladjusted Boys. J. Gent. Psychol., 79,95—115.

Dahlstrom, W.G. 1957 Research in Clinical Psychology : Factor Analytic Contributions.
J. Clin. Psychol., 13,211—220.

Drevdahl, J.E. 1956 Factors of Importance for Creativity. J. clinical psychol., 12,21—26.

Eysenck, H.J. 1949 Dimensions of Personality. New-York : The Macmillan Co.

Eysenck, H. J. 1952 Schizothymia - Cyclothymia as a Dimension of Personality. J. Personality, 20,345—384.

Eysenck, H. J. 1960-a The Structure of Human personality, London : Methuen.

Eysenck, H. J. 1960-b Handbook of Abnormal Psychology. London: Pitman, Medical Publiching Co.

Eysenck, S.B.G. 1956 Neurosis anp Psychosis : An Experimental Analysis. J. Mentl. Sci., 102,517—529.

Fruchter, B. 1954 Introduction to Factor Analysis. D. Van Nostrand Co.

Glickstien, M. 1959 A note on Wittenborn's Factor Analysis of Rorschach Scoring Categories. J. Consult. Psychol., 23, 69—75.

Guilford, J. P, 1934 Introversion. Extroversion Psychol. Bull , 31,331—354.

Guilford, J. P. Wilson. R.C. Christensen, P.R. 1952 A factor-Analytic Study of Creative Thinking, 11. Administration of Tests and Analysis of Result. Rep. Psyckol. Lab., No. : 8 Los Angeles : Univer. of Southern California.

Guilford, J. P. 1954 Psychometric Methods. 2nd Ed. New York : Mc Graw-Hill.

Guilford, J. P. 1957-a A Revised Stucture of Intell. ect. Rep. Psychol. Lab. No : 19. Los Angeles : Univer. of S. California.

Guilford, J. P. 1957-b Creative Abilities in the Arts. Psychol. review, 64, No. 2.

Guilford, J. P.
Frick, J. W.
Christensen, P. R.
Merrifield, P. R. 1957-c A Factor - Analytic Study of Flexibility in Thinking. Rep. Psychol. Lab. No : 18. Los Angeles : Univer. of Southern California.

Hertz, M. R. 1940 Problems of the Validity of the Rorschach Method. Rorsch. Res. Exchang.

Hertz, M. R. 1943 The Rorschach Method : Science or Mystery. J. Consult. Psychol., 7, 67—80.

Hotelling, H. 1933 Analysis of a Complex of Statistcal Variables into Prircipal Components J. Educ. Psychol., 24, 417—441, 498—520.

Hotelling, H. 1935 Simplifield Calculation of Principal components. Pinka., I, 27—35.

Hsü, E. H. 1947 The Rorschach Responses and Factor Analysis. J. Gen. Psychol., 37, 129—138.

Hsü, E. H. 1952 Further Comments on the Rorschach Response and Factor Analysis. J. Gen. Psychol., 47,239—241.

Hughes, R. M.	1950	A Factor Analysis of Rorschach Diagnostic Signs. J. Gen. Psychol., 43,85—103.
Kleemeier, R.W.	1950	A Factorial Investigation of Flexibility. Educ. psychol. measur., 10, 107—188.
Lotsof, E.J.	1953	Intelligence, Verbal Fluency and the Rorschach Test. J. Consult. Psychol., 17, 21—24.
Lotsof, E.J. Comrey, A. Bogartz, W. Arnsfield, P.	1958	A Factor Analysis of the WISC and the Rorschach. J.Proj. Tech., 22,297—301.
Lovell, K.	1954	A Study of the Problem of Intellectual Deterioration in Adolescents and Young Adults. Ph. D. Thesis, Institute of Education, Univer. of London.
Lowenfeld, V.	1958	Current Research on Creativity NEA J., XLVII, 538—540.
Mc Cloy C.H. Metheny, E. Knott. V.	1938	A Comparison of the Thurstone Method of Multiple Factors with the Hotelling Method of Principal Components. Pmka., 3,61—67.
Mcleod, H.	1953	An Experimental Study of the Inheritance of Introversion. Extra-Version. Ph. D. Thesis. London Univer.
Melvin, D.	1955	An Experimental and Statistical Study of Two Primary Social Attitudes. Ph. D. Thesis, London Univer.

Morgan, G.A.V. 1956 Verbal Ability in Primary School Children. The Durham Res. Review, No : 7. Institute of Education, Univer. of Durham.

Mosier C.I. 1939 Influence of Chance Error on Simple Structure. Pmka., 4, 33—44.

Oliver, J.A., Ferguson, G.A. 1951 A Factorial Study of Tests of Rigidity. Canad. J. Psychol., 5, 49—59.

Pemberton, C. 1952 The Closure Factors Related to Other Cognitive Processes. Pmka., 17, 267—288.

Reyburn, H.A., Taylor, J. G. 1941 Factor in Introversion and Extraversion. B. J. Psychol., 31, 335—340.

Reyburn, H.A., Raath, M. J. 1950 Primary Factors of Personality. B. J. Psychol., Stat. Sec., 3, 150—158.

Sanai, M. 1950 A Factorial Study of Social Attitudes. J. Soc. Psychol., 31 157-182.

Sandler, J. 1949 An Experimental Investigation into Some Factors Entering into the Rorschach Test. Ph. D. Thesis, London Univer.

Sandler, J., Ackner, B. 1951 Rorschach Content Analysis : An Experimental Investigation. B. J. Med. Psychol., 24, 180—201.

Sen, A. 1950 A Statistical Study of Rorschach Test. B. J. Psychol., Stat. Se c.,3, 51—39.

Stotsky, B.A. 1957 Factor Analysis of Rorschach Scores of Schizophrenics. J. Clin. Psychol. 13, 275—278.

Sultan, E.E. 1961 A Factorial Study in the Domian of Creative Thinking. M.A. Thesis, London Univer.

Sultan, E.E. 1963 A Factorial Investigation of Rorschach Inkblots-test as applied to Student-Teachers, ph. D. Thesis, London Univer.

Thomson, G.H. 1950 The Factorial Analysis of Human Ability. 4th Ed., Univer. of London Press.

Thurstone, L.L. 1938-a Primary Mental Abilities. Chicago : Univer. of Chicago press.

Thurstone, L.L. 1938-b The Perceptual Factor. Pmka., 3, 1—17.

Thurstone, L.L. 1940 Current Issues in Factor Analysis Psychol. Bull., 37, 189—236.

Thurstone, L.L. 1944 A Factorial Study of Perception. Psychometric Monogr,, No : 4.

Thurstone, L.L. 1948 The Rorschach in Psychological Science J. Abnorm. Soc. Psychol., 43, 471—475.

Vernon, P.E. Parry, J.B. 1949 Personal Selection in the Britich Forces. Univer. of London Press.

Vernon, P.E. 1950 The Structure of Human Abilities. London : Methuen.

Vernon, P.E. 1955 The Psychology of Intelligence and g. Bull. Brit. Psychol. Soc., May.

Vernon. P.E. 1957 Personality Test and Assessments. London : Methuen.

Williams, H.L, Lawrence. G.F. 1953 Comparison of the Rorschach and MMPI by means of Factor Analysis. J. Consult. Psychol. 18, 193—197.

Williams, M. 1947 An Experimental Study of Intellectual Control Under Stress and Associated Factors. J. Consult. Psychol., 11, 21—29.

Wolfle, D. 1942 Factor Analysis in the Study of Personality. J. Abnorm. Soc. Psychol., 37, 393—397.

Wittenborn, J. R. 1949 A Factor Analysis of Discrete Responses to the Rorsehach Inkblots. J. Consult. Psychol., 335-340.

Wittenborn, J. R. 1950 A Factor Analysis of Rorschach Scoring Categories. J. Consult. Psychol., 14, 14, 261—267.


٢/٧٣/١/١٨